

UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

DEPARTAMENTO: MATEMATICA
ASIGNATURA: INTRODUCCION A LAS CATEGORIAS
CARRERA/Sustitativa Lic. en Matem. para ORIENTACION:
.....PLAN.....
CARACTER: teorico
DURACION DE LA MATERIA: cuatrimestral
HORAS DE CLASE: a) TEORICAS.....4.....hs.
b) PRACTICAS.....5.....hs.
c) TEORICO-PRACTICO.....hs.
d) TOTALES19.....hs. semanales
ASIGNATURAS CORRELATIVAS: Comp. de Algebra y Topologia

PROGRAMA

1. Conjuntos ordenados como categorías, ínfimos, supremos y la implicación. Algebras Heyting y de Boole.
2. Reticulados sup-completos. Locales. Teoremas de existencia de adjuntos para morfismos de locales.
3. Local de los abiertos de un espacio topológico y espacio topológico de los puntos de un local.
4. Categorías grandes. Ejemplos clásicos.
5. Productos y coproductos. Ejemplos.
6. Coproducto de Anillos- Producto Tensorial.
7. Coproducto de Locales. Relación con los abiertos del producto de espacios topológicos.
8. Cocientes y localizaciones en la categoría de los anillos.
9. Anillos regulares- Regularización de un anillo.
10. Polinomios, anillo libre, grupo libre, etc.
11. Noción de zero de un anillo en un local. Zero universal. Espectro de un anillo.
12. Espectro de Zariski de un Anillo-Comparación con el Zero Universal.
13. Exponencial. Ejemplos clásicos.

14. Exponencial en la categoría dual de los anillos. Fibrado tangente de una variedad.
15. Colimites y límites filtrantes-Gérmenes. Enteros p-ádicos. Series Formales.
16. Igualadores y Coligualadores. Monomorfismos y Epimorfismos-Ejemplos
17. Límites y Colímites generales. Construcción de límites con productos y igualadores. Productos fibrados- Ejemplos.
18. Sub-categorías cofinales. Límites finitos conmutan con colímites filtrantes en la categoría de los conjuntos.
19. Infimos finitos conmutan con supremos filtrantes en un local.
20. Pre-haces de un conjunto ordenado a valores en $\mathbf{2}$. Lema de Yoneda para conjuntos ordenados.
21. Puntos de un conjunto ordenado X en $\mathbf{2}$, Teoremas: Ptos. $(X, \mathbf{2}) =$ Ptos. de local $(2^X, \mathbf{2})$.
22. Topologías de Grothendieck en un conjunto ordenado. Hazes-Haz asociado a un pre-haz. El conjunto de Hazes es un local.
23. Cociente de un conjunto ordenado por un Filtro.
24. Teoremas: Ptos. de Sitio $(X, \mathbf{2}) =$ Ptos. de local $(\text{Haces}(X), \mathbf{2})$.
25. Teoremas: $X =$ Hazes para la topología canónica en X si y sólo si X es un local.
26. Familias efectivas epimorfías universales, Ejemplos. Generales.
27. Acciones de un monóide en un conjunto. Acción libre. Acciones de una categoría= Pre haces. Lema de Yoneda. Todo pre-haz es colímite de representables.
28. Libres generan en categorías algebraicas. Ejemplos. Teorías algebraicas. Morfismos de Teorías Algebraicas.
29. Algebras. Algebras libres. Yoneda.= Modelo genérico.
30. Teorías algebraicas libres. Congruencias. en una teoría= Operaciones generatrices y Axiomas.
31. Funtores Algebraicos y sus adjuntos.
32. Hazes sobre un espacio topológico. Gérmenes.

33. Puntos de una categoría X (funtores playos) en la categoría de los conjuntos Ens . Funtores fibra.
Teorema: $\text{Ptos.}(X, \text{Ens}) = \text{Ptos. de Topos}(\text{Ens}^{X^{\text{op}}}, \text{Ens})$.
34. Topologías de Grothendieks. Haces. Haz asociado.
35. Topos de Grothendiek. $\text{Ens}^{X^{\text{op}}}$ es un Topos. La subcategorias de los Haces en un Topos.
36. Teorema: $E = \text{Haces}$ para la topología canónica en E si y sólo si E es un Topos.
37. Teorema: $\text{Ptos. de sitio}(X, \text{Ens}) = \text{Ptos. de Topos}(\text{Haces}(X), \text{Ens})$
38. Funtores $X \xrightarrow{F} \text{Ens}$ de presentación finita. Completación de una categoría en una categoría con límites finitos (libres)
39. Algebras de presentación finita. Modelo genérico en una categoría con límites finitos.
40. Modelo genérico en un Topos. Anillo genérico.
41. Topos de Zariski. Anillo local genérico.
42. Ideas sobre la lógica categorías. Axiomas = Cubrimientos. Teorías Topologías de Grothendieks.

Firma del Profesor:



Aclaración: Dr. Eduardo J. Dubuc


 DR. MANUEL BALANZAT
 DIRECTOR
 DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
BIBLIOGRAFIA

- 1.- Categories for the working mathematician. S. Mac Lane.
Graduate Texts in Mathematics N°5, Springer-Verlag, 1971.
- 2.- Théorie des topos (SGA 4, exposés I-VI). A. Grothendieck & J.L. Verdier.
Springer Lecture Notes in Math. 269.