

11
1980



ALGEBRA I

1980

Profesor Titular con dedicación
exclusiva-plenario
Ing. O.E. Villamayor

1.- NUMEROS REALES

Propiedades de los números reales como cuerpo ordenado. Valor absoluto. Propiedades.

2.- NUMEROS NATURALES

Definición como subconjunto de los números reales. Principio de inducción y de inducción generalizada. Principio de buena ordenación equivalencia con el principio de inducción completa. Definiciones inductivas: sumatoria, producto, potencia, factorial.

3.- COMBINATORIA

Número combinatorio, definición, propiedades.
Cardinal del conjunto de partes de un conjunto finito;
Combinaciones, variaciones, permutaciones con y sin repetición
La potencia enésima de un binomio.

4.- NUMEROS ENTEROS

Definición a partir de los naturales Unidades, divisores, asociados primos y descomponibles en un dominio de integridad.
Existencia de algoritmo de división en los enteros. Dominio euclídeo definición propiedades.
Máximo común divisor entre dos enteros: existencia, unicidad salvo asociados, su expresión como combinación con coeficientes enteros de los números dados. Enteros coprimos, propiedades.
Teorema fundamental de la aritmética.
Mínimo común múltiplo entre dos enteros, su relación con el máximo común divisor. Cálculo de ambos mediante el teorema fundamental de la aritmética.
Congruencias; ecuaciones lineales de congruencias. Teorema de Fermat.
Estructura de los Z_n .



5.- NUMEROS RACIONALES

Propiedades de los racionales como cuerpo ordenado contenido en los reales. Axioma de completitud de los números reales. Densidad de \mathbb{Q} en \mathbb{R} . Existencia de raíz de orden n de un número r real positivo. Existencia de irracionales.

6.- ESTRUCTURAS ALGEBRAICAS

Grupos, subgrupos, grupos finitos, grupos de permutaciones Anillos. Dominios de integridad. Cuerpos. Morfismos.

7.- POLINOMIOS

Anillos de polinomios con coeficientes en un anillo conmutativo con unidad. Grado.

Algoritmo de división en un anillo de polinomios con coeficientes en un cuerpo. Polinomios irreducibles. Máximo común divisor de dos polinomios, su expresión como combinación lineal de ellos. Polinomios coprimos.

Raíces de un polinomio. Raíces simples y múltiples. Criterio multiplicidad por el derivado.

Raíces de polinomios con coeficientes enteros. Teorema de Gauss.

Raíces de un polinomio de segundo grado, su existencia en el caso de polinomios con coeficientes reales.

Relación entre raíces y coeficientes de un polinomio.

8.- NUMEROS COMPLEJOS

Definición de números complejos. Su representación como pares ordenados de números reales. Propiedades de cuerpo (no ordenado).

Conjugación, propiedades. Valor absoluto. Desigualdad triangular Fórmula de De Moivre. Raíces de números complejos. Grupo de raíces enésimas de la unidad. Enunciado del teorema fundamental del álgebra. Consecuencias.

Raíces complejas de un polinomio con coeficientes reales. Polinomios reales irreducibles.

9.- ALGEBRA LINEAL

Espacios vectoriales sobre un cuerpo K . Ejemplos: espacio de n -uplas K^n , espacio de matrices $K^{n \times n}$, espacio de polinomios $K(X)$, espacio de aplicaciones K^X , números complejos.

Subespacios. Operaciones entre subespacios: intersección, suma, Suma directa.

Dependencia e independencia lineal. Bases. Dimensión. Existencia de suplemento de un subespacio. Relación entre las dimensiones de 2 subespacios dados, su suma y su intersección.

Transformaciones lineales. Imagen directa e inversa de un subespacio por una transformación lineal. Núcleo e imagen. Monomorfismos epimorfismos, isomorfismos; endomorfismos, automorfismos.

Composición de transformaciones lineales. Isomorfismos inversos.

Algebra de matrices. Producto, matriz identidad, inversible, matrices elementales, escalares, diagonales, triangulares, Traspuesta.

Fórmula de la dimensión de núcleo e imagen de una transformación lineal.

Sistemas de ecuaciones lineales; dimensión del subespacio de soluciones de un sistema homogéneo y compatibilidad del sistema no homogéneo. Teorema de Rougé Frobenius.

10.- TRANSFORMACIONES LINEALES Y MATRICES

Matriz de una transformación lineal. Matriz de la composición.

Cambio de bases, relación entre las matrices de una misma transformación.

Algebra de matrices y endomorfismos. Matrices inversibles y singulares.

Equivalencia de matrices, rango.

11.- ESPACIO DUAL

El espacio dual de un espacio vectorial, dimensión.

Base dual de una dada. Anulador de un subespacio, dimensión.

Sistema de ecuaciones lineales de un subespacio.

12.- DETERMINANTES

Definición de determinantes, existencia, propiedades.
Cálculo ,aplicaciones. Su relación con el rango de la
matriz. Regla de Cramer para resolver sistemas lineales.
