

ALGEBRA

CURSO: 1978 2do. cuatrimestre

Notas del Dr. Enzo R. Gentile
Prof. Ord. Tit. con ded. exclusiva1.- Propiedades elementales de los números reales

Suma, producto y relación de orden en el conjunto de números reales. Propiedades: asociativa, conmutativa, ..., consistencia de $<$ respecto de la suma y el producto. Demostración de teoremas del tipo, $(-a).(-b) = a.b$, $a.0 = 0$, ..., etc.

Valor absoluto.

2.- Número natural y Principio de Inducción

Definiciones inductivas.

Definiciones de a^n , $a \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}$, $\sqrt[n]{a}$, $0 < a \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}$. $a^{n/m}$

Teoremas relativos.

Utilización del principio de inducción.

3.- Enteros, Racionales e Irracionales

Divisibilidad en \mathbb{Z} : números primos, máximo común divisor y mínimo común múltiplo, algoritmo de división en \mathbb{Z} . Representación del máximo común divisor (m,n) de dos enteros m y n en la forma $(m,n) = rm + sn$. Teorema: $p \in \mathbb{Z}$ es primo si y sólo si $p/m.n$ implica p/m ó p/n .

Teorema fundamental de la Aritmética.

Gongruencias, Factorial, números combinatorios. Fórmula del binomio. Interpretación de $\binom{m}{n}$. Números racionales e irracionales. Demostración de la irracionalidad de números reales del tipo $\sqrt[n]{a}$, $0 < a \in \mathbb{Q}$.

4.- Polinomios con coeficientes en \mathbb{R} , en \mathbb{Q} y en \mathbb{Z}

Definición, suma, producto, Grado, Algoritmo de división. Divisibilidad. Máximo común divisor, (P,S) de polinomios P y S . Existencia y representación en la forma $(P,S) = H.P + L.S$.

Polinomios irreducibles. Polinomios co-primos. Polinomios irreducibles en $\mathbb{R}[X]$. Raíces, simples y múltiples. Criterio de multiplicidad por medio del derivado.

Polinomios con coeficientes enteros. Teorema de Gauss.

Dr. MANUEL BAZANZAT

5.- Números complejos

Definición de números complejos. Su representación como pares ordenados de números reales. Propiedades de cuerpo de C . Conjunto gado. Valor absoluto. Desigualdad de Minkowski. Polinomios complejos. Resolución de ecuaciones de segundo y tercer grado con coeficientes en R . Fórmula de DEMOIVRE para exponente entero y racional. Raíces de números complejos. Enunciado del Teorema fundamental del álgebra. Número de raíces de un polinomio de grado n .

6.- Aplicaciones entre conjuntos

Composición de aplicaciones. Aplicaciones inyectivas, suryectivas y biyectivas. Aplicación inversa de una aplicación biyectiva.

7.- Espacios vectoriales, sobre un cuerpo

Definición y muchos ejemplos. Espacios vectoriales de aplicaciones, K^X , K^n , espacios vectoriales de matrices, $K^{n \times m}$. Subespacios. Sistemas lineales homogéneos. Subespacios de soluciones. Sistemas lineales, resolvibilidad.

8.- Transformaciones lineales

Definición y ejemplos. Núcleo e imagen de una transformación lineal. Monomorfismos, epimorfismos, isomorfismos, endomorfismos, automorfismos. $\text{Aut}(V)$.

9.- Dependencia e Independencia lineal. Bases

Definiciones correspondientes. Dependencia e independencia lineal en K^n . Espacios vectoriales de dimensión finita. Teorema de invariancia de la dimensión en K^n y espacios vectoriales de dimensión finita. Teorema de extensión de conjuntos linealmente independientes a bases del espacio. Teorema sobre la dimensión del núcleo e imagen de una transformación lineal. Dimensión del espacio de soluciones de un sistema lineal homogéneo. Rango de una matriz. Resolución de sistemas lineales.

10.- Matriz de una transformación lineal

Definición y ejemplos. Composición de transformaciones lineales. Matriz asociada. Producto de matrices. Álgebra de matrices y endomorfismos. Matriz inversible. Valores y vectores propios de una matriz.