

## ALGEBRA

CURSO: 1979. 2do. cuatrimestre

Notas del Dr. Enzo R. Gentile  
Prof. Ord. Tit. con ded. exclusiva

### 1.- Propiedades elementales de los números reales

Suma, producto y relación de orden en el conjunto de números reales. Propiedades: asociativa, conmutativa, ..., consistencia de  $<$  respecto de la suma y el producto. Demostración de teoremas del tipo,  $(-a) \cdot (-b) = a \cdot b$ ,  $a \cdot 0 = 0$ , ..., etc.  
Valor absoluto.

### 2.- Número natural y Principio de Inducción

Definiciones inductivas.

Definiciones de  $a^n$ ,  $a \in \mathbb{R}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ,  $\sqrt[n]{a}$ ,  $0 < a \in \mathbb{R}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .  $a^{n/m}$

Teoremas relativos.

Utilización del principio de inducción.

### 3.- Enteros, Racionales e Irracionales

Divisibilidad en  $\mathbb{Z}$ : números primos, máximo común divisor y mínimo común múltiplo, algoritmo de división en  $\mathbb{Z}$ . Representación del máximo común divisor  $(m, n)$  de dos enteros  $m$  y  $n$  en la forma  $(m, n) = rm + sn$ . Teorema:  $p \in \mathbb{Z}$  es primo si y sólo si  $p/n$  implica  $p/m$  ó  $p/n$ .

Teorema fundamental de la Aritmética.

Congruencias, Factorial, números combinatorios. Fórmula del binomio. Interpretación de  $\binom{m}{n}$ . Números racionales e irracionales. Demostración de la irracionalidad de números reales del tipo  $\sqrt[n]{a}$ ,  $0 < a \in \mathbb{Q}$ .

### 4.- Polinomios con coeficientes en $\mathbb{R}$ , en $\mathbb{Q}$ y en $\mathbb{Z}$

Definición, suma, producto, Grado, Algoritmo de división. Divisibilidad. Máximo común divisor,  $(P, S)$  de polinomios  $P$  y  $S$ . Existencia y representación en la forma  $(P, S) = H \cdot P + L \cdot S$ .

Polinomios irreducibles. Polinomios co-primos. Polinomios irreducibles en  $\mathbb{R}[X]$ . Raíces, simples y múltiples. Criterio de multiplicidad por medio del derivado.

Polinomios con coeficientes enteros. Teorema de Gauss.

Dr. MANUEL BAKANZAT

## 5.- Números complejos

Definición de números complejos. Su representación como pares ordenados de números reales. Propiedades de cuerpo de  $\mathbb{C}$ . Conjugado. Valor absoluto. Desigualdad de Minkowski. Polinomios complejos. Resolución de ecuaciones de segundo y tercer grado con coeficientes en  $\mathbb{R}$ . Fórmula de DE MOIVRE para exponente entero y racional. Raíces de números complejos. Enunciado del Teorema fundamental del álgebra. Número de raíces de un polinomio de grado  $n$ .

## 6.- Aplicaciones entre conjuntos

Composición de aplicaciones. Aplicaciones inyectivas, suryectivas y biyectivas. Aplicación inversa de una aplicación biyectiva.

## 7.- Espacios vectoriales, sobre un cuerpo

Definición y muchos ejemplos. Espacios vectoriales de aplicaciones,  $K^X$ ,  $K^n$ , espacios vectoriales de matrices,  $M^{n \times m}$ . Subespacios. Sistemas lineales homogéneos. Subespacios de soluciones. Sistemas lineales, resolubilidad.

## 8.- Transformaciones lineales

Definición y ejemplos. Núcleo e imagen de una transformación lineal. Monomorfismos, epimorfismos, isomorfismos, endomorfismos, automorfismos.  $\text{Aut}(V)$ .

## 9.- Dependencia e Independencia lineal. Bases

Definiciones correspondientes. Dependencia e independencia lineal en  $K^n$ . Espacios vectoriales de dimensión finita. Teorema de invariancia de la dimensión en  $K^n$  y espacios vectoriales de dimensión finita. Teorema de extensión de conjuntos linealmente independientes a bases del espacio. Teorema sobre la dimensión del núcleo e imagen de una transformación lineal. Dimensión del espacio de soluciones de un sistema lineal homogéneo. Rango de una matriz. Resolución de sistemas lineales.

## 10.- Matriz de una transformación lineal

Definición y ejemplos. Composición de transformaciones lineales. Matriz asociada. Producto de matrices. Álgebra de matrices y endomorfismos. Matriz inversible. Valores y vectores propios de una matriz.