1978

2011
1978

PROGRAMA DE FUNCIONES REALES I

PRIMER CUATRIMESTRE DE 1978

Capítulo I. Notaciones, conjuntos y funciones. Imágenes directas e inversas. Sucesiones y subsucesiones. Familias y colecciones de conjuntos. Operaciones. Productos cartesianos. Números reales. Intervalos lineales: principio de encaje de Cantor. Límites de oscilación de una sucesión acotada. Criterio de convergencia de Cauchy. Desarrollos binarios. Recta real extendida. Conjuntos Infinitos. Conjuntos numerables. Potencia del continuo. Cardinales transfinitos. Teoremas de Schröeder-Bernstein y de Cantor. Operaciones.

Capítulo II. Espacios euclidianos y espacios métricos. Nociones métricas: bolas, diámetro de un conjunto, distancia de un punto a un conjunto, distancia entre dos conjuntos no vacíos. Conjuntos acotados. Nociones topológicas: límite, interior de un conjunto, conjuntos abiertos, adherencia de un conjunto, conjuntos cerrados, entornos, continuidad. Caracterización de los conjuntos abiertos de la recta. Caracterización de los conjuntos compactos en un espacio métrico completo. Intervalos y cubos en R^n. Funciones semicontinuas.

Capítulo III. Medida de Lebesgue en R^n. Medida de conjuntos elementales y de conjuntos σ-elementales. Medida exterior de Lebesgue. Conjuntos medibles. Conjuntos de medida nula. Sucesiones monótonas de conjuntos medibles. Estructura de los conjuntos medibles. Conjuntos borelianos. Invariancia de la medida de Lebesgue bajo traslaciones. Conjuntos no medibles. Medidas de Lebesgue-Stieljes.

Capítulo IV Funciones medibles. Operaciones con funciones medibles. Sucesiones de funciones medibles. Funciones simples. Funciones medibles Borel. Propiedades verdaderas en casi todo punto. Convergencia en medida.

Sigue

Resolución D.T. 374/78

Capítulo V. Integral de Lebesgue en R^n. Integral de funciones no negativas. Teoremas de Beppo-Levi y de Fatou. Integral de funciones de signo alternado. Teorema de la convergencia mayorada. Invariancia bajo traslaciones. Integral de funciones con valores complejos. Absoluta integrabilidad y teorema de la convergencia mayorada de Lebesgue. Comparación con la integral de Riemann. El teorema de Fubini. Integración por partes. Medida e integral de Lebesgue en espacios de medida abstractos.

Capítulo VI. Espacios L^p. Desigualdades de Hölder y de Minkowski. Espacio L^∞. Clases de funciones densas en L^p. Convolución de funciones y desigualdad de Young. Espacio de Hilbert L^2.

Capítulo VII Teoría de la diferenciación en R^1. Existencia de funciones continuas sin derivada. Funciones monótonas. Lema de Riesz. Funciones de variación acotada. Teorema maximal de Hardy-Littlewood y teorema de diferenciación de la integral. Puntos de Lebesgue. Funciones absolutamente continuas.

Capítulo VIII. El teorema de Fubini en espacios abstractos. Fórmula de integración por partes para integrales de Lebesgue-Stieljes. Segundo teorema del valor medio.

Fava

Dr Norberto Angel Fava
Profesor Asociado Interino
Departamento de Matemáticas.

Dr. MANUEL BALANZAT
DIRECTOR
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA