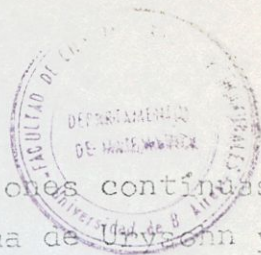


FUNCIONES REALES I



- Capítulo 1: Operaciones con conjuntos. Productos cartesianos y relaciones. Funciones. Números naturales, conjuntos finitos e infinitos. Límites superior e inferior de sucesiones de conjuntos.
- Capítulo 2: Construcción de los números reales a partir de los racionales por secciones iniciales abiertas propias. Completitud de los reales. Exponenciación y logaritmicación. Escritura en serie de los reales. Caracterización como grupo.
- Capítulo 3: Comparación del cardinal de dos conjuntos; teorema de Cantor-Bernstein. Numerabilidad y conjuntos de cardinal c . Cardinal de un conjunto y el de sus partes: teorema de Cantor. Conjuntos bien ordenados; principio de inducción transfinita. Comparación de conjuntos bien ordenados. Teorema de comparabilidad de conjuntos bien ordenados. Teorema de buena ordenación de Zermelo.
- Capítulo 4: Espacios métricos. Espacios métricos completos. Principio de encaje de Cantor. Teorema del punto fijo de Banach; aplicación: Teorema de Peano-Picard. Conjuntos totalmente acotados. Teorema de Bolzano-Weierstrass para espacios métricos completos.
- Capítulo 5: Topología de espacios métricos. Derivado de un conjunto; clausura de conjuntos. Cerrados y abiertos. Conjuntos densos. Teorema de Osgood-Baire. Categoría de conjuntos. Frontera de conjuntos. Topología relativa.
- Capítulo 6: Espacios métricos compactos. Lema de Borel. Propiedad de intersección finita. Teorema de Riesz-Hausdorff. Teorema de Borel-Lebesgue. Compacidad y compacidad secuencial: su equivalencia.
- Capítulo 7: Espacios métricos separables. Los espacios totalmente acotados y los subespacios de separables son separables. Espacios métricos conexos. Puntos de condensación. Estructura de los cerrados de \mathbb{R} . Teorema de Cantor-Bendixon. Estructura de los perfectos de \mathbb{R} . Teorema de Cantor. Cardinal de un perfecto no vacío en un espacio métrico completo. Métricas equivalentes y métricas producto.
- Capítulo 8: Continuidad local y global de funciones entre espacios métricos. Funciones uniformemente continuas. Teorema de Heine-Cantor. Funciones continuas definidas en compactos o conexos: su imagen. Homeomorfismos.


 DR. MANUEL BALANZAT
 DIRECTOR
 DEPARTAMENTO DE MATEMATICA



tes uniformes de sucesiones de funciones continuas.

Extensión de funciones continuas: Lema de Urysohn y teorema de Tietze. Extensión de funciones uniformemente continuas a valores en un espacio métrico completo.

Límites monótonos de funciones continuas a valores en \mathbb{R} ; Teorema de Dini. Funciones semicontínuas a valores en \mathbb{R} . Envoltente superior e inferior de una función real acotada. Teorema de caracterización del conjunto de puntos de discontinuidad de una función real como unión numerable de cerrados.

Capítulo 9: Espacios normados. Continuidad de transformaciones lineales. Normas equivalentes; equivalencia de las normas en espacios de dimensión finita.

Capítulo 10: El problema de la integración, Medida exterior de Lebesgue en \mathbb{R}^n . Medida interior. Conjuntos medibles. Caracterización de Caratheodory. σ -álgebra de los conjuntos medibles de \mathbb{R}^n : σ -aditividad de la medida de Lebesgue. Los borelianos son medibles pero no es siempre cierta la recíproca. Regularidad de la medida de Lebesgue; conjuntos F_σ y G_δ . Existencia de conjuntos no medibles en \mathbb{R} .

Capítulo 11: Medidas exteriores generales. σ -álgebras de los conjuntos medibles. Medidas en σ -álgebras; medidas exteriores generadas. Comparación de los medibles respecto de la medida exterior generada con la σ -álgebra de partida cuando cuando la medida del espacio es σ -finita.

Capítulos 12: Funciones medibles a valores en la recta extendida y a valores en el espacio euclídeo n-dimensional. Funciones medibles Baire. Operaciones con funciones medibles. Límite superior e inferior de funciones medibles a valores en la recta real extendida. Aproximación de funciones medibles por funciones simples. Convergencia en casi todo punto y convergencia casi uniforme de sucesiones de funciones medibles: teorema de Egoroff. Teorema de Lusin.

Capítulo 13: Integración de funciones medibles con valores en la recta real extendida y no negativas. Teorema de Beppo Levi. Lema de Fatou-Funciones integrables. Teorema de convergencia mayorada de Lebesgue. Integrales de Lebesgue y de Riemann: Caracterización de las funciones acotadas definidas en un intervalo de \mathbb{R} que son integrables Riemann por la medida del conjunto de puntos de discontinuidad; su medibilidad y su integrabilidad en el sentido de Lebesgue.

EL BALANZAT
DIRECTOR
DE MATEMÁTICA

Capítulo 14: Medidas producto. Teorema de Fubini y de Tonelli. Convolución en L^1 . Identidades aproximadas en L^1 ; teorema de Stone-Weierstrass.