FUNCIONES REALES I

Capítulo 1: Operaciones con conjuntos. Productos cartesianos y relaciones . Funciones. Números naturales, conjuntos finitos e infinitos. Límites superior e inferior de sucesiones de conjuntos.

Capítulo 2: Construcción de los números reales a partir de los racionales por secciones iniciales abiertas propias. Completitud de los reales. Exponenciación y logaritmación. Escritura en serie de los reales. Caracterización como grupo

Capítulo 3: Comparación del cardinal de dos conjuntos; teorema de Cantor-Bernstein. Numerabilidad y conjuntos de cardinal c. Cardinal de un conjunto y el de sus partes: teorema de Cantor. Conjuntos bien ordenados; principio de inducción transfinita. Comparación de conjuntos bien ordenados. Teorema de comparabilidad de conjuntos bien ordenados . Teorema de buena ordenación de Zermelo.

Capítulo 4: Espacios métricos . Espacios métricos completos. Principio de encaje de Cantor. Teorema del punto fijo de Banach; aplicación: Teorema de Peano- Picard. Conjuntos totalmente acotados. Teorema de Bolzano-Weierstrass para espacios métricos completos.

Capítulo 5: Topología de espacios métricos. Derivado de un conjunto; clausura de conjuntos. Cerrados y abiertos. Conjuntos densos. Teorema de Osgood-Baire. Categoría de conjuntos. Frontera de conjuntos. Topología relativa.

Capítulo 6: Espacios métricos compactos. Lema de Borel. Propiedad de intersección finita. Teorema de Riesz-Hausdorff. Teorema de Borel-Lebesgue. Compacidad y compacidad secuencial : su equivalencia.

Capítulo 7: Espacios métricos separables: los espacios totalmente acotados y los subespacios de separables son separables Espacios métricos conexos. Puntos de condensación. Estructura de los cerrados de $\mathbb{R}$. Teorema de Cantor-Bendixon. Estructura de los perfectos de $\mathbb{R}$. Ternario de Cantor. Cardinal de un perfecto no vacío en un espacio métrico completo. Métricas equivalentes y métricas producto.

Capítulo 8: Continuidad local y global de funciones entre espacios métricos. Funciones uniformemente contínuas : teorema de Heine-Cantor. Funciones contínuas definidas en compactos o conexos: su imagen. Homeomorfismos.

DR. MANUEL BALANZAT
DIRECTOR
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA

Aprobado por Resolución DT. 231/77

tes uniformes de sucesiones de funciones continuas.
Extensión de funciones contínas: LEma de Urysohn y teorema de Tietze. Extensión de funciones uniformemente contínuas a valores en un espacio métrico completo.
Límites monótonos de funciones contínuas a valores en R : Teorema de Dini. Funciones semicontínuas a valores en R. Envolvente superior e inferior de una función real acotada. Teorema de caracterización del conjunto de puntos de discontinuidad de una función real como unión numerable de cerrados.

Capítulo 9: Espacios normados. Continuidad de transformaciones lineales Normas equivalentes; equivalencia de las normas en espacios de dimensión finita.

Capítulo 10: El problema de la integración, Medida exterior de Lebesgue En R^n. Medida interior. Conjuntos medibles. Caracterización de Caratheodory. σ-álgebra de los conjuntos medibles de R^n: σ - aditividad de la medida de Lebesgue. Los borelianos son medibles pero no es siempre cierta la recíproca. Regularidad de la medida de Lebesgue; conjuntos F_σ y G_σ. Existencia de conjuntos no medibles en R.

Capítulo 11: Medidas exteriores generales. σ- álgebras de los conjuntos medibles. Medidas en σ-álgebras; medidas exteriores generados. Comparación de los medibles respecto de la medida exterior generada con la σ -álgebra de partida cuando cuando la medida del espacio es σ-finita.

Capítulos 12: Funciones medibles a valores en la recta extendida y a valores en el espacio duclídeo n-dimensional. Funciones medibles Baire. Operaciones con funciones medibles. Límite superior e inferior de funciones medibles a valores en la recta real extendida. Aproximación de funciones medibles por funciones simples. Convergencia en casi todo punto y convergencia casi uniforme de sucesiones de funciones medibles: teorema de Egoroff. Teorema de Lusin.

Capítulo 13: Integración de funciones medibles con valores en la recta real extendida y no negativas. Teorema de Beppo Levi . Lema de Fatou-Funciones integrables. Teorema de convergencia mayorada de Lebesgue. Integrales de Lebesgue y de Riemann: Caracterización de las funciones acotadas definidas en un intervàlo de R que son integrables Riemann por la medida del conjunto de puntos de discontinuidad; su medibilidad y sù integrabilidad en el sentido de Lebesgue.

EL BALANZAT
ECTOR
DE MATEMATICA

Capítulo 14: Medidas producto. Teorema de Fubini y de Tonelli. Convolución en L^1. Identidades aproximadas en L^1; teorema de Stone-Wierstrass".

Prof. Dr. Pedro J. Milaszewicz

Aprobado por Resolución DT. 231/77