25
M

FUNCIONES REALES II

Programa   2do.cuatrimestre 1976

1.- Espacios de Banach

Espacios normados y espacios de Banach; normas equivalentes; continuidad de operaciones vectoriales; ejemplos de espacios normados. Aplicaciones lineales y continuas: propiedades básicas y ejemplos. Espacio dual; hiperplanos. Teorema de Hahen-Banach: forma geométrica forma geométrica y forma de separación. Espacio bidual; espacios reflexivos. Teoremas de acotación uniforme, de la resonancia y de Banach-Steinhaus; contraejemplos. Teorema de la aplicación abierta y teorema del gráfico cerrado .

2.- Espacios de Hilbert

Formas hermíticas; espacios prehilbertianos; desigualdad de Schwarz; ley del paralelogramo; continuidad del producto escalar; ejemplos; espacios de Hilbert. Ortogonalidad; ejemplos; ortogonalización de Schmidt. Polinomios ortogonales; teorema de las raices. Teorema de la proyección de Riesz; espacios suplementarios ortogonales; dual de un espacio de Hilbert; reflexividad de los espacios de Hilbert. Teorema de Lax-Milgram. Convergencia débil; propiedades; compacidad débil de las bolas en un espacio de Hilbert.

3.- Familias sumables y familias de Fourier

Familias sumables en un normado; propiedades ; sumabilidad absoluta. Propiedades de las familias sumables de números reales; contraejemplo en el caso de normados. Asociabilidad. Familias de Cauchy; propiedades. Series en un normado: convergencia ordinaria, absoluta y conmutativa; relaciones entre convergencia y sumabilidad.
Familias de Fourier en un espacio prehilbertiano; desigualdad de Beseel-Parseval; teorema de mejor aproximación . Bases hilbertianas, familias maximales, familias totales e igualdad de Bessel-Parseval. Caracterización de espacios de Hilbert por el cardinal de la base. Caracterización topólogica en el caso de base finita o numerable. Ejemplos de familia maximal y no total. Sumas directas de espacios de Hilbert.

4.- Derivación en R

Primitivas e integrales indefinides en análisis clásico. Números derivados. Funciones con derivada mas infinito en un conjunto de medida nula contínuas y crecientes. Funciones crecientes continuas no constantes y con derivada nula en casi todo punto. Lema de Riesz; teorema de Lebergue sobre derivación de una función creciente. Funciones de variación acotada. Derivada de la suma de una serie de funciones crecientes. Puntos de densidad. Derivada de una integral indefinida. Funciones absolutamente contínuas: su identidad con las integrales indefinidas. Fórmula de Barrow. Descomposición de una función creciente en suma de una función de saltos, una absolutamente contínua y

DR. MANUEL BALANZAT
DIRECTOR
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA

Aprobado por Resolución D.T. 035/71

una singular. Integral indefinida de una función finita e integral que es derivada de otra en todo punto. Integración por partes. Integración por sustitución.

5.- Integral de Steiltjes

Integral de Riemann-Stieltjes de una función con respecto a otro con valores en un Banach; propiedades básicas; condiciones de existencia Caso en que la segunda función toma valores reales; propiedades básicas; integración por partes; reducción a una integral de Lebergue cuando la segunda función es absolutamente contínua; generalización. Segundo teorema de la media. Cambio de variable. Integrales impropias Medidas de Stieljes en un intervalo engendrado por una función creciete: medidas discretas, singular y absolutamente contínua; extensión a medidor de R. Integral de Lebergue-Stieltjes respecto de una medida de Stieltjes. Relación con la integral de Riemann-Stieltjes.

6.- Series trigonométricas de Fourier

Serie trigonométrica y serie de Fourier de una función de L^1. Condiciones para que la suma de una serie trigonométrica sea la serie de Fuorier de su suma. Unicidad en L^1 de la serie de Fourier. Serie de Fourier de una función de L^2. propiedades. Teorema de Mercer. Convergencia de la serie de Fourier de una función absolutamente contínua con derivada en L^2. Totalidad del sistema trigonométrico en $\{C(-\pi,\pi)$ y en L^p. Existencia de series trigonométricas cuyos coeficientes tienden a cero y que no es serie de Fourier. Desiguladad isoperímetrica. Series de seno o cosenos; forma exponencial de una serie trigonomátrica.

Polinomios ortonormales: propiedades. Totalidad de sistemas de polinomios ortogonales. Principales polinomios ortogonales . Convergencia puntual des las series de Fourier: desarrollo histórico. Existencia de funciones contínuas cuya serie de Fourier deverge en un punto. Decrecimiento de los coeficientes de Fourier: diversos casos. Lema de Riemann-Lebesgue. Núcleo e integral de Dirichlet; teorema local de Riemann. Criterio de Dini: casos particulares. Criterio de Lipschitz. Criterio de Holder. Crietrio de Dirichlet-Jordan. Enunciados de algunos otros crietrios. Integración de series de Fourier. Sumación Cesaro de Series. Sumas y núcleo de Fejer. Teoremas de Fejer y Fejer-Lebegue; teorema de aproximación de Weierstrass. Sumaciónn Abel de seri de Fourier y núcleo de Poisson. Nociones someras sobre convergencia puntual de series de Fourier-Legendre.

DR. MANUEL BALANZAT
DIRECTOR
DEPARTAMENTO DE MATEMATICAS

Prof. Dr. Manuel Balanzat

Aprobado por Resolución DT. 035/76