

1. Espacios vectoriales. Transformaciones lineales.

Espacio vectorial sobre un cuerpo K . Definición y ejemplos K^n , $K^{n \times n}$, K^x . Subespacios. Operaciones entre subespacios: intersección y suma. Suma directa.

Transformaciones lineales. Núcleo e imagen. Monomorfismo, epimorfismo e isomorfismo. Composición de transformación lineales.

Dependencia e independencia lineal de vectores. Base de un espacio vectorial: existencia en el caso de un espacio ~~xxxxxxxxxxxxxxxxxxxx~~ finitamente generado. Dimensión. Dimensión de subespacios. Teorema sobre dimensión de núcleo e imagen de una transformación lineal. Aplicación al estudio de la dimensión del subespacio de soluciones de un sistema de ecuaciones lineales homogéneo y compatibilidad de un sistema no homogéneo.

2. Transformaciones lineales y matrices

Espacio vectorial de homomorfismos entre dos espacios vectoriales sobre el mismo cuerpo. Su isomorfismo con el espacio de matrices. Relación entre el producto de matrices y la composición de homomorfismos.

Matriz de cambio de bases en un espacio vectorial.

3. Determinantes

Definición, existencia y unicidad para cada $n \in \mathbb{N}$. Determinante del producto de matrices y de la traspuesta. Desarrollo del determinante por una fila o una columna. Cálculo de la inversa de una matriz. Regla de Cramer. Determinante de una transformación lineal.

4. Espacio dual

Definición. Dimensión. Base dual. Isomorfismo entre un espacio de dimensión finita y su doble dual.

Anulador de un subespacio. Anulador del subespacio suma o intersección de subespacios. Sistema de ecuaciones lineales de un subespacio.

5. Variedades lineales. Espacio afín

Definición de variedad lineal. Representación paramétrica. Sistema de ecuaciones implícitas. Generadores de una variedad. Dependencia e independencia afín. Intersección de variedades. Variedad generada por dos variedades. Variedades paralelas. Paralelogramo determinado por cuatro puntos. Razón simple de tres puntos alineados.

Espacio afín asociado a un espacio vectorial. Relación entre variedades y subespacios del espacio afín. Sistema afín de coordenadas.

6. Espacios vectoriales con producto interno

Producto interno: definición y ejemplos. Norma de un vector: propiedades. Base ortonormal: existencia. Complemento ortogonal de V .

subespacio. Proyección ortogonal. Variedades ortogonales.
Angulo entre vectores y rectas.
Distancia de un punto a una variedad. Distancia entre varie-
dades paralelas y alabeadas.
Espacio euclideo asociado a un espacio vectorial.

7.- Transformaciones afines

Transformación afín. Definición y ejemplos. Composición
de transformaciones afines. Isomorfismos afín. Imagen de
una variedad por una transformación afín. Expresión en coorde-
nadas de una transformación afín.
Transformaciones ortogonales. Matriz asociada. Transformaciones
ortogonales en \mathbb{R}^2 . Rotaciones y simetrías en \mathbb{R}^3 .
Isometría entre espacios euclideos. Definición y ejemplos.

BIBLIOGRAFIA

Algebra Lineal y geometria: A.R. Laosonda
Notas de Geometria I : O.E. Villamayor
Algebra Moderna : Birkhoff-De Lana
Fundamental Structures of Algebra: Moscow-Sampson Meyer

Prof. O. E. Villamayor

