14 M

FUNCIONES REALES I

1er. cuatrimestre 1975

Capítulo 1: Operaciones con conjuntos. Productos cartesianos y relaciones. Funciones. Númros naturales, conjuntos finitos e infinitos. Límites superior e inferior de sucesiones de conjuntos.

Capítulo 2: Construcción de los números reales a partir de los racionales por secciones iniciales abiertas propias. Completitud de los reales. Exponenciación y logaritmación. Escritura en serie de los reales. Caracterización del cuerpo de los racionales. Caracterizaciones de los reales: como grupos totalmente ordenado contínuo y como cuerpo totalmente ordenado contínuo.

Capítulo 3: Comparación del cardinal de dos conjuntos; teorema de Cantor-Bernstein. Numerabilidad y conjuntos de cardinal c. Cardinal de un conjunto y el de sus partes: teorema de Cantor Conjuntos bien ordenados; principio de inducción transfinita Comparación de conjuntos bien ordenados. Teorema de comparabilidad de conjuntos bien ordenados. Teorema de buena ordenación de Termelo.

Capítulo 4: Espacios métricos. Espacios métricos completos. Principio de encaje de Cantor. Teorema del punto fijo de Banach; aplicación: Teorema de Peano-Picard. Conjuntos totalmente acotados. Teorema de Bolzano-Weierstrass para espacios métricos completos. Teorema de completación de Cantor-Hausdorf para espacios métricos; caso particular delos reales.

Capítulo 5: Topología de espacios métricos. Derivado de un conjunto; clausura de conjuntos. Cerrados y abiertos. Conjuntos densos Teorema de Osgood-Baire. Categoría de conjuntos. Frontera de conjuntos. Topología relativa.

Capítulo 6: Espacios métricos compactos. Lema de Borel. Propiedad de intersección finita. Teorema de Riesz-Hausdroff. Teorema de Borel-Lebesgue. Compacidad y compacidad secuencial; su equivalencia.

Capítulo 7: Espacios métricos separables: los espacios totalmente acotados y los subespacios de separables son separables. Espacios métricos conexos. Puntos de condensación. Estructura de los cerrados de $\mathbb{R}$. Teorema de Cantor-Bendexou. Estructura de los perfectos de $\mathbb{R}$. Temario de Cantor. Cardinal de un perfecto no vacío en un espacio métrico completo. Métricas equivalentes y métricas producto.

DR. CESAR A. [illegible]REJO
INTERVENTOR
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA

Aprobado por Resolución 440/75

Capítulo 8: Continuidad local y global de funciones entre espacios métricos. Bunciones uniformemente continuas; teorema de Heine-Cantor. Funciones continuas definidas en compactos o conexos: su imagen. Homeomorfismos. Límites uniformes de sucesiones de funciones continuas. Teorema de ARzela-Ascoli. Extensión de funciones continuas: Lema de Urysohn y teorema de Tietze. Extensión de funciones uniformemente continuas a valores en un espacio métrico completo.
Límites monótonas de funciones continuas a valores en $\mathbb{R}$; Teorema de Dimi. Funciones semicontínuas a valores en $\overline{\mathbb{R}}$. Enavolvente superior e inferior de una función real acotada. Teorema de caracterización del conjunto de puntos de discontinuidad de una función real como unión numerable de cerrados.

Capítulo 9: Espacios normados. Continuidad de transformaciones lineales. Normas equivalentes, equivalencia de las normas en espacios de dimensión finita. Teorema de Stone-Weierstrass.

Capítulo lo: El problema de la integración. Medida exterior de Lebesgue en $\mathbb{R}^n$. Medida interior. Conjuntos medibles. Caracterización de Caratheodory. σ-álgebra de los conjuntos medibles de $\mathbb{R}^n$; σ- aditividad de la medida de Lebesgue. Los borelianos son medibles pero no es siempre cierta la recíproca. Regularidad de la medida de Lebesgue; conjuntos F_σ y G_δ. Existencia de conjuntos no medibles en $\mathbb{R}$.

Capítulo 11: Medidas exteriores generales, σ-álgebra de los conjuntos medibles. Medidas en σ-álgebras; medidas exteriores generadas. Comparación de los medibles respecto de la medida exteior generada con la σ -álgebra de partida cuando la medida del espacio es σ- finita.

Capítulo 12: Funciones medibles a valores en la recta extendida y a valores en el espacio euclídeo n-dimensional. Funciones medibles Baire. Operaciones con funciones medibles. Límite superior e inferior de funciones medibles a valores en la recta real extendidad. Aproximación de funciones medibles por funciones simples. Convergencia en casi todo punto y convergencia casi uniforme de sucesiones de funciones medibles; teorema de Egoroff. Teorema de Lusin.

Capítulo 13: Integración de funciones medibles con valores en la recta real extendida y no negativas. Teorema de Beppo Levi. Lema de Fatou.Funciones integrables. Teorema de convergencia de mayorada de Lebesgue. Integral de Lebesgue y de Riemann: Caracterización de las funciones acotadas definidas en un intervalo de $\mathbb{R}$ que son integrables Riemann por la medida del conjunto de puntos de discontinuidad; su medibilidad y su integrabilidad en el sentido de Lebesgue.

Aprobado por Resolución DIZ-440/75

DR. CESAR A. [illegible]
INTERVENTOR
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA

Capítulo 14: Espacios $L^p (1 \leq p \leq \infty)$; desigualdades de Holder y de Minkowski. Teorema de Riesz de completitud de los espacios L^p.

Capítulo 15: Tipos de convergencia de sucesiones de funciones medibles. Convergencia en casi todo punto; convergencia casi uniforme; convergencia en L^p; convergencia en medida. Comparación de los tipos de convergencia.

Capítulo 16: Medidas producto. Teorema de Fubini y de Tonelli. Convolución en L^1.

Dr. Pedro Milasczewicz

DR. CESAR A. TREJO
INTERVENTOR
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA

Aprobado por Resolución D12.440/75