

2  
M  
19751.- Estructura de módulo

Preliminares sobre estructuras algebraicas.

Módulos. Combinaciones lineales. Espacios vectoriales y grupos abelianos.

Morfismos de módulos. Submódulos. Módulos de morfismos.

Relaciones de equivalencia compatibles. Definición universal de módulo cociente; propiedades relativas a la factorización.

2.- Condiciones de finitud.

Submódulo generado. Sistemas de generadores. Suma de submódulos. Propiedades generales de los módulos de tipo finito y de los módulos cíclicos; anillos principales. Módulos localmente cíclicos. Propiedades generales de los módulos noetherianos y los módulos artinianos; anillos noetherianos y artinianos. Módulos de longitud finita.

3.- Operaciones directas. Semisimplicidad.

Definición universal de producto directo; propiedades relativas a la factorización. Definición universal de suma directa; propiedades relativas a la factorización.

Suma directa interna. Submódulos suplementarios. Sumandos directos. Propiedades generales de los módulos semisimples; anillos semisimples.

4.- Módulos de torsión y módulos divisibles sobre un dominio principal. Estudio elemental de la torsión y de la divisibilidad sobre un dominio íntegro; submódulos puros. Estudio elemental de la factorización; anillos factoriales.Estructura de los módulos ~~XXXXXXXXXX~~ de torsión sobre un dominio principal. Estructura de los módulos divisibles an dominio principal.5.- Módulos libres

Definición universal de módulo libre generado por un conjunto. Módulos libres. Relaciones entre los dos conceptos. Rango de un módulo libre sobre un anillo conmutativo. Construcción de módulos mediante generadores sujetos a relaciones.

C. A. C.

- 6.- Exactitud  
Sucesiones exactas; morfismos. Extensiones; equivalencia; extensiones triviales.  
Propiedades de las operaciones directas y de los módulos de morfismos relativas a las sucesiones exactas.
- 7.- Módulos proyectivos y módulos inyectivos  
Propiedades generales de los módulos proyectivos y los módulos inyectivos. Caracterizaciones de los anillos semisimples.  
Anillos hereditarios; teorema de Kaplansky. Caracterización de los módulos proyectivos sobre un dominio principal.  
Criterio de inyectividad de Baer. Caracterización de los módulos inyectivos sobre un dominio principal.
- 8.- Módulos de tipo finito sobre un dominio principal  
Estructura de los módulos de tipo finito sobre un dominio principal; consecuencias. Cálculo de los coeficientes de estructura.
- 9.- Producto tensorial  
Aplicaciones bilineales; módulos de aplicaciones bilineales. Definición universal de producto tensorial (de los módulos); propiedades relativas a la factorización. Caso en que el anillo de base es conmutativo. Propiedades del producto tensorial relativas a la adjunción, a la suma directa y la exactitud.
- 10.- Módulos playos. Sucesiones estables  
Propiedades generales de los módulos playos. Criterio de playitud de carácter finito. Playitud del cuerpo de fracciones de un dominio íntegro. Caracterización de los módulos playos sobre un dominio principal. Playitud y relaciones; aplicación al estudio de la torsión.  
Propiedades generales de las sucesiones (cortas) estables. Criterio de estabilidad de carácter finito. Caracterización de las sucesiones estables sobre un dominio principal.

Prof. Dr. Juan José Martínez

*JJM*