

TEORIA ALGEBRAICA DE CUERPOS

Programa

1er. cuatrimestre de 1974.-

- 1.- Cuerpos y extensiones. Anillos, cuerpos. Cuerpo de fracciones. Característica, cuerpos primos. Algebras, extensiones de cuerpos. Adjunción (algebraica y racional).
- 2.- Polinomios y fracciones racionales. Algebra universal de un semigrupo. Algebra de polinomios, especialización, dependencia algebraica, prolongamiento de morfismos. Algebra de fracciones racionales, especialización, prolongamiento de morfismos
- 3.- Factorización de polinomios. Polinomios primitivos, lema de Gauss. Levantamiento de factorizaciones, factorialidad en los anillos de polinomios. Criterio de irreducibilidad de Eisenstein, aplicaciones.
- 4.- Extensiones de grado finito. Extensiones de tipo finito, extensiones simples. Extensiones de grado finito. Clase distinguida de extensiones. Condiciones de clase distinguida para extensiones de grado finito.
- 5.- Extensiones algebraicas. Elementos algebraicos, polinomio minimal. Elementos trascendentes. Extensiones algebraicas, relación con las extensiones de grado finito, condiciones de clase distinguida. Extensiones trascendentes, extensiones puramente trascendentes.
- 6.- Cuerpos algebraicamente cerrados. Introducción de una raíz para un polinomio no constante, Factorización lineal y cantidad de raíces de polinomios no constantes. Cerradura algebraica. Cuerpos algebraicamente cerrados, condiciones equivalentes.
- 7.- Clausuras algebraicas. Clausuras algebraicas, prefinalidad, unicidad (salvo morfismos). Teorema de prolongamiento de isomorfismos, consecuencias. Existencia de clausuras algebraicas.
- 8.- Cuerpos de descomposición. Cuerpos de descomposición de un conjunto de polinomios no constantes, existencia y unicidad (salvo isomorfismos), caso de conjuntos finitos.

- 9.- Conjugación. Acciones compatibles de grupos en conjuntos y representaciones de grupos, conjugación, orbitas. Elementos conjugados y polinomios irreducibles. Endomorfismos de extensiones algebraicas. Cuerpos conjugados.
- 10.- Extensiones normales. Extensiones normales, condiciones, equivalentes. Extensión de escalares en extensiones normales. Infimo y supremo de familias de extensiones normales. Extensiones normales. Extensiones de grado finito.
- 11.- Independencia lineal y cantidad de morfismos. Teorema de Dedekind, consecuencias sobre la cantidad de morfismos. Transitividad de la cantidad de morfismos, consecuencias.
12. Extensiones separables. Elementos (algebraicos) separables. Extensiones (algebraicas) separables, condiciones de clase distinguida. Extensiones separables de grado finito y cantidades de morfismos. Polinomios separables. Teoremas del elemento Criterio de separabilidad de Jacobson.
- 13.- Extensiones galoisianas. Extensiones galoisianas, condiciones equivalentes. Consecuencias de su identidad con las extensiones normales y separables: polinomios minimales, extensión de escalares en extensiones galoisianas, infimo y supremo de familias de extensiones galoisianas, extensiones galoisianas de grado finito.
- 14.- Teoría de Galois. Subextensiones normales de extensiones galoisianas. Grupos finitos de automorfismos, teorema de Artin. Teorema fundamental de Galois, consecuencias.
- 15.- Extensiones radicales. Elementos radicales. Extensiones radicales, condiciones de clase distinguida. Extensiones radicales de grado finito. Cerradura radical. Cuerpo de invariantes de extensiones normales, estructura de extensiones normales.
- 16.- Estructura de extensiones algebraicas. Extensiones (algebraicas) puramente inseparables, su identidad con las extensiones radicales. Cerradura separable (en una extensión algebraica). Estructura de extensiones algebraicas. Grados de separabilidad e inseparabilidad e inseparabilidad, su relación con la cantidad de morfismos y transitividad. Multiplicidad de las raíces de un polinomio irreducible.

- 17.-Cuerpos perfectos. Cuerpos perfectos, condiciones equivalentes. Subcuerpo perfecto generado por un cuerpo en una clausura algebraica.
- 18.-Norma y traza. Norma y traza de extensiones de grado finito, propiedades algebraicas, transitividad, relación con los coeficientes del polinomio minimal. Separabilidad y traza, discriminantes de la forma traza en extensiones separables.
- 19.-Introducción a la cohomología galoisiana. Independencia algebraica de automorfismos de extensiones galoisianas. Teorema de la base normal para extensiones galoisianas. Teorema 90 de Hilbert, caso general.
- 20.-Extensiones abelianas y extensiones cíclicas. Propiedades generales de las extensiones abelianas y de las extensiones cíclicas, como extensiones galoisianas. Bases normales de extensiones cíclicas. Teoremas 90 de Hilbert, caso cíclico. Extensiones cuadráticas.
21. Cuerpos finitos, Estructura de los cuerpos finitos y de sus grupos de automorfismos. Clasificación de los cuerpos finitos. Extensiones de grado finito de cuerpos finitos, generadores canónicos de los grupos de Galois, suryectividad de la norma y de la traza.
- 22.-Raíces de la unidad. Estructura y propiedades de los grupos de raíces n -simas de la unidad de un cuerpo, raíces n -simas primitivas. Estructura del grupo de raíces de la unidad de un cuerpo algebraicamente cerrado.
- 23.-Cuerpos ciclotómicos. Propiedades generales de los cuerpos ciclotómicos. Estructura del grupo de unidades del anillo de enteros módulo n . Polinomios ciclotómicos, criterio de irreducibilidad, irreducibilidad sobre el cuerpo racional.-
- 24.-Extensiones cíclicas. Y ECUACIONES. Extensiones cíclicas de grado finito y ecuaciones binómicas. Extensiones abelianas de grado p , en característica p , y ecuaciones de Artin-Schreier.