

FUNCIONES REALES I

PROGRAMA

1º Cuatrimestre 1974.-

- 1.- Convergencia de sucesiones en \mathbb{R} , continuidad- Entornos, intervalos- Propiedades de orden de \mathbb{R} , supremo e infimo- Conjuntos acotados- Abiertos en \mathbb{R} - Generalización a \mathbb{R}^n , cubos abiertos - Convergencia en \mathbb{R}^n .
- 2.- Noción de espacio métrico- Conjuntos abiertos, cerrados- Clausura- Puntos aislados- Conjuntos perfectos- Convergencia- Espacios separables- Continuidad- Continuidad uniforme- Métricas equivalentes.-
- 3.- Sucesiones de Cauchy- Espacios métricos completos- Completitud de \mathbb{R}^n - Completación de espacios métricos, extensión de funciones uniformemente continuas- Convergencia uniforme y puntual-
- 4.- Espacios normados, espacios de Banach- Ejemplos (espacios de sucesiones, funciones acotadas, continuas, etc) -Normas equivalentes- Transformaciones lineales continuas- Espacio de transformaciones lineales continuas- Formas lineales, dual- Teorema de Hahn- Banach- Ejemplos-.
- 5.- Espacios métricos compactos- Acotación total- T. de Heine-Borel Aplicaciones diversas (Equivalencia de todas las normas sobre \mathbb{R}^n , continuidad uniforme, etc) Noción de conexión- Conexos en \mathbb{R} .-
- .- Conjuntos ordenados- Construcción de \mathbb{R} por cortaduras- Cuerpo ordenado completo- Automorfismos de \mathbb{R} - Desarrollos en una base $\aleph > 1$ - Aplicaciones (Conjunto y función de Cantor, etc) Convergencia absoluta de series-

- 7.- Noción de cardinal- Operaciones- Conjuntos numerables- El cardinal \aleph - Conjuntos bien ordenados- Principios transfinitos usuales (Zermelo, Zorn, Buena ordenación etc,). Aplicaciones (existencia de bases de espacios vectoriales, cálculo con cardinales, etc).
- 8.- Medida exterior de Lebesgue en \mathbb{R}^n - Conjuntos medibles- Generalizaciones- σ -álgebras, medidas- conjuntos- Borelianos- Aproximación por compactos, abiertos, G_δ , F_σ , etc'
- 9.- Funciones medibles- Límites puntuales- Propiedades válidas en casi todo punto- Funciones simples- Teoremas de Egoroff y Lusin
Convergencia casi- uniforme - El espacio L^∞ .
- 10.- Integral de una función medible positiva- Propiedades- Lema de Fatou- Funciones integrables- Convergencia dominada- Integral indefinida- Relación con la integral de Riemann.-
- 11.- Espacios L^p - Desigualdades de Holder y Minkowski- Completitud de L^p - Subconjuntos densos en L^p .-