2 9M dup

ANALISIS III

Programa 1er. cuatrimestre 1973.-

A) FUNCIONES DE UNA VARIABLE COMPLEJA

1) El plano complejo. Conjuntos abiertos, cerrados, conexos. Convergencia de sucesiones y series. Series de funciones, en particular series de potencias; radio de convergencia. Funciones complejas de variable compleja: continuidad.

2) Funciones analíticas. Operaciones elementales. Ecuaciones de CCauchy-Riemann. Teoremas de Cauchy y de Morera. Fórmula de Cauchy. Formulas de Cauchy para las derivadas sucesivas. Teorema de Liouville; aplicación a la demosrración del teorema fundamental del algebra. Ceros. Orden de un cero. Los ceros de una función analítica no idénticamente nula son puntos aislados.

3) Serie de Taylor de una función analítica. Radio de convergencia Series de Laurent. Singularidades. Comportamiento de una función analítica en el terreno de un polo o de una singularidad esencial. Teorema de Casorati-Weierstrass.

4) El principio del máximo. Teorema de Schwarz. fAmilia de funciones analiticas: teorema de Montel.

5) Ceros de una función analítica en el interior de una curva cerrada. Teorema de Rouché; otra demostración del teorema fundamantal del álgebra. Funciones simples (biunívocas); límites de sucesiones de funciones simples.

6) Representación conforme; propiedades, ejemplos. REpresentación conforme de círculos en círculos, círculos en semiplanos y viceversa. Teorema de Riemann: todo dominio simplemente conexo diferente del plano puede ser representado en el círculo unidad de tal modo que $f(z_0)$ y arg $f'(z_0)$ tomen valores predeterminados (z_0 un punto arbitrario en el dominio). Unicidad de la representación conforme.

B) ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS

7) Ecuaciones y sistemas lineales. El problema de Cauchy, teoremas de existencia y unicidad. Desigualdad de Gronwall; aplicación a la dependencia continua de la solución con respecto a los datos iniciales. La ecuación lineal de primer orden homogénea y no homogénea.

8) Dependencia e independencia lineal de conjuntos de funciones. El Wronskiano. Ecuaciones diferenciales lineales de orden n. Fórmula para el Wronskiano de n soluciones. Expresión de la solución. Solución del problema de Cauchy. La ecuación no homogéneas; el método del anulador (para cualquier n) y el método de variación de las constantes (para n= 2). Resonancia.

9) Problemas de valores en el contorno (en un intervalo) para ecuaciones diferenciales lineales de orden 2. La función de Green.

10) Ecuaciones diferenciales y sistemas lineales en el campo complejo. Teorema de existenica para el problema de Cauchy en el caso de coeficientes analíticos. Cálculo de la serie de potencias de la solución.

11) Solución de un sistema (2x2) alrededor de una singularidad. El caso general. El caso de una singularidad regular; solución de $Y'(z) = A(z)\ y\ (z)$ alrededor de una singularidad regular mediante una función de la forma $Y(z) = P(z)zA(0)$, P analítica en el caso en que los autovalores de $A(0)$ no difieren en un entero positivo. Idea del caso en que los autovalores difieren en un en entero positivo. Idea de aplicación de los resultados a ecuaciones de 2do. orden, especialmente a las ecuaciones clásicas de la física.

Prof. Dr. Héctor Fattorini

BIBLIOGRAFIA

Puntos 1) a 6): TITCHMARSH (Theory of funcions of e complex variables. También pueden servir los libros de AHLFORS, NEHARI,etc

Puntos 7) y 8): CODDINGTON (An introduction to O. D. E.). Pueden servir también SAGASUME BERRA (introducción a la Matemática Superior), CODDINGTON y LEVINSON, etc.

Punto 9): INCE. Ordinary differential equations.

Puntos 10) y 11) WASOW, Asympotic theory of ordinary differential equations. También BALANZAT, apuntes (y futuro libro) de Análisis III.