10 M

ANALISIS IV

1er. cuatrimestre 1972

ECUACIONES EN DERIVADAS PARCIALES

1. LA ECUACION DE LAS ONDAS. Solución del problema de Cauchy con datos iniciales en el hiperplano $t = 0$ en dimensión $n = 1,2,3$. Fórmulas de D'Alembert, Poisson y Kirchhoff. Interpretación de las soluciones; dominios de dependencia e influencia, velocidad de propagación de perturbaciones, difusión de ondas. El principio de Huygens. Dependencia de la solución de los datos iniciales; amplificación de perturbaciones, ejemplos. Contraejemplos al principio de Huygens en dimensión 3 en presencia de obstáculos. El método del descenso de Hadamard. La ecuación de las ondas inhomogénea. Principio de Duhamel. Solución explícita en dimensión $n = 1,2,3$ e interpretación de las soluciones. El problema de Cauchy con datos iniciales dados sobre una superficie. Superficies libres y características para la ecuación de ondas. Superficies de tipo espacial y de tipo temporal. El caso en que la superficie inicial es característica. Solución del problema de Cauchy en el caso que la superficie inicial sea de tipo espacial.

2. LA ECUACION DE LAS ONDAS. (continuación) Integrales de energía y acotaciones a priori. Aplicaciones: teoremas de unicidad y dependencia contínua para el problema de Cauchy y el problema mixto. Acotaciones a priori para las derivadas de la solución en norma L^2 y, mediante el teorema de Sobolev, en la norma del supremo. Aplicación: perturbación de la ecuación de ondas por términos de orden menor. Separación de variables para la solución del problema mixto: idea del método en general. Solución, por separación de variables del problema mixto para una variable espacial en un intervalo. Separación de variables en una esfera de dimensión n; armónicos esféricos n-dimensionales.

3. ECUACIONES EN DERIVADAS PARCIALES EN GENERAL. Operadores diferenciales lineales. Parte principal, matriz característica. Relaciones entre derivadas parciales de una función en una superficie. Superficies libres y características. Reducción (local) de una superficie característica al hiperplano $t_0 = 0$. Sistemas de Kowalewska. Teorema de Cauchy-Kowalewska. Teorema de unicidad de Holmgren. Clasificación de ecuaciones de segundo orden en 2 variables.

4. LA ECUACION DE LAPLACE. Funciones armónicas de n variables. El teorema del valor medio; caracterización de funciones armónicas mediante el teorema del valor medio. El principio del máximo. Sucesiones de funciones armónicas. Soluciones en el sentido de las distribuciones de la ecuación de Laplace. El problema de Dirichlet; solución en una esfera n-dimensional mediante el núcleo de Poisson. Inversión; unicidad en el problema de Dirichlet exterior. Remoción de singularidades aisladas. Caracter analítico de las soluciones de la ecuación de Laplace. Teorema de Liouville. Solución -por separación de variables- del problema de Dirichlet en un disco.

5. LA ECUACION DEL CALOR. Principio del máximo en un cilindro de base acotada y en un cilindro cuya base es todo el espacio. Solución del problema de Cauchy en todo el espacio por medio de la transformada de Fourier. El núcleo de Weierstrass. Propiedades de la solución. Analiticidad espacial y temporal. Acotación de la edad de una presunta distribución de temperatura. Solución, por separación de variables del problema mixto para una variable espacial en un intervalo. Separación de variables en una esfera de dimensión n; armónicos esféricos n-dimensionales.

BIBLIOGRAFIA

1. L.BERS, F.JOHN y M.SCHECHTER, Partial Differential Equations, Interscience, N.Y. 1964

2. BERS-JOHN-SCHECHTER. Para separación de variables en un intervalo: p. ej. R. DENNEMEYER, Introduccion to partial differential equations and boundary value problems, Mc. Graw Hill, N.Y., 1968.
Para armónicos esféricos en n-dimensiones: A.P.CALDERON, Integrales singulares y sus aplicaciones a ecuaciones diferenciales hiperbólicas, Cursos y seminarios de matemática, fascículo 3, Universidad de Buenos Aires, 1960.

3. BERS-JOHN-SCHECHTER. Para el teorema de Cauchy-Kowaleska; p.ej. PETROVSKY, Partial Differential Equations, Interscience, N.Y. 1955.
También para clasificación de ecuaciones.

4. G.WEISS, Análisis armónico en varias variables, Cursos y seminarios de matemática, fascículo 3, Universidad de Buenos Aires, 1960. También R.COURANT y D.HILBERT, Methods of Mathematical Physics, Vol,II, Interscience, N.Y. 1962. Para separación de variables, p.ej. DENNEMEYER.

5. BERS-JOHN-SCHECHTER. Para armónicos esféricos n-dimensionales: CALDERON

Prof. Dr. Héctor O. Fattorini