

FUNCIONES REALES I

PROGRAMA

1er. cuatrimestre 1971

- 1.- Conjuntos linealmente ordenados. Completitud (supremo-infimo). Definición de Cortadura. Completación. Teorema de Completación Definición de números Real. (como completación y estructura de cuerpos) Operaciones. Sucesiones de números reales. Potencia de los números naturales. Potencia del continuo. Conjuntos numerables. Comparación de potencias. Teorema de Bernstein. La no coordinabilidad de  $X$  y  $P(X)$ .
  
- 2.- Espacios métricos. Esferas. Esfera abierta. Abiertos, cerrados sucesiones de Cauchy. Completitud. Interior, frontera y clausura de un subconjunto de un espacio métrico. Espacios métricos separables. Teorema de Lindelo f. Conjuntos de 1ra. categoría y de 2da. categoría. (Teorema de Baire). Compacidad. Aco tación total La propiedad de Intersección finita. Lema de Borel. Espacios de Funciones continuas de un espacio métrico en otro. Teorema de Arzela. Teorema del punto fijo de Banach.
  
- 3.- Medida de Lebesgue en  $R^m$  Anillo de los elementales  $\sigma$ -subaditividad en los elementales. Definición de medida en los  $\sigma$ -elementales.  $\sigma$  subaditividad y  $\sigma$ -aditividad. Medida exterior. Conjuntos medibles. el  $\sigma$ -álgebra de los conjuntos medibles Lebesgue. El  $\sigma$ -álgebra de Borel.  
Medida en Espacios Abstractos Teorema de extensión de medidas. El anillo elemental. Los  $\sigma$ -elementales. Medida exterior. Conjuntos medibles.  $\sigma$ -aditividad de la medida.  
 El  $\sigma$ -álgebra de los Conjuntos medibles. el  $\sigma$ -álgebra generada por los elementales o sea el álgebra de Borel.
  
- 4.- Funciones Medibles. Operaciones. Convergencia puntual en casi todo punto y convergencia en medida. Teorema de Egoroff. Teorema de Lusin.
  
- 5.- Integral. Funciones  $\sigma$ -simples. Desigualdades. Funciones integrables. aditividad de la integral. Continuidad de la integral respecto de la medida del conjunto de integración. Teoremas límites. Fatou, Beppo Levi y Lebesgue

- 6.- Espacios  $L^2$  Completitud. Estructura de Espacio de Hilbert. Hiperplanos.<sup>n</sup> Funciones lineales continuas. Teorema de la perpendicular. Teorema de representación de funcionales lineales continuos.
- 7.- Medidas. Absoluta continuidad de una medida respecto de otra Teorema de Radon-Nikodym. Teorema de descomposición de medidas. Parte absolutamente continua y parte singular.
- 8.- Teorema de derivación de medidas en  $R^n$   
Lemas de cubrimientos. Teorema Maximal de derivación. Derivación de medidas e integrales.

Prof. Calixto Calderón