

COMPLEMENTOS DE ALGEBRA Y TOPOLOGIA

PROGRAMA

IER. cuatrimestre 1970-71

1.- ESPACIOS METRICOS

Topologia asociada a una métrica, repaso de las nociones de conjunto abierto, cerrado, ect. Definición de espacio topológico. Diferentes maneras de definir una topologia; por una familia de conjuntos abiertos, por sistemas de entornos y por el operador de clausura. Base y sub-base de una topologia, caracterización de una base y de una sub-base. Definición de espacios  $T_0$ ,  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$  relaciones. Definición de conjunto denso, separabilidad. Axiomas de numerabilidad.

2.- Funciones continuas. Definición y propiedades. Diferentes caracterizaciones de la continuidad.

3.- Topologías iniciales. Definición. Teorema de existencia y unicidad de las topologías iniciales respecto de una familia de funciones. Topologia producto, como caso particular y propiedades que se derivan del teorema. Descripción de la base natural de un espacio producto (abiertos elementales). Otros ejemplos de topologías iniciales.

4.- Topologías finales. Definición. Teorema de existencia y unicidad de las topologías finales respecto de una familia de funciones. Relaciones de equivalencia. Topologia cociente  $X/R$  como caso particular. Descripción ad-hoc de la topologia cociente. Propiedades del espacio cociente cuando la proyección es abierta o bien cerrada. Otro ejemplo de topologías finales: suma disjunta de espacios topológicos y recolección de espacios topológicos.

5. Conexión. Definición de espacio conexo. "Si el cociente de un espacio conexo y cada uno de las clases de equivalencia lo es, también el espacio es conexo".  
Unión de conjuntos conexos con un punto en común. Conexión de la clausura de un conjunto conexo.  
Deducción a partir de los teoremas anteriores de la conexión de un espacio producto cuyos factores son conexos. Componentes conexos, definición. Conexión local, definición y propiedades.
6. Filtros. Definición. Idea de la relación entre la noción de filtro y la noción de sucesión. Filtro generado y sistema de generadores de un filtro. Base de un filtro, caracterización de una base de filtro. Ultrafiltros, definición, propiedades y existencia. Caracterización de una base de ultrafiltro. Aplicación de los conceptos anteriores al estudio del filtro de entornos de un punto. Filtros comparables. Adherencia de un filtro. Puntos límite de un filtro y convergencia. Imagen directa e imagen recíproca de una base de filtro por una función. Reformulación de los teoremas sobre topologías finales e iniciales en términos de filtros. Convergencia de un filtro en un espacio producto y en un espacio cociente.
7. Espacios compactos : Definición, propiedad de Boul Lebesgue. Familias de subconjuntos de un espacio comparado con la propiedad de intersección finita (p.i.g). Posibilidad de formular los enunciados en términos de filtros o en términos de familias con la p.i.g. Propiedades de los filtros en los espacios compactos subconjuntos compactos y relativamente compactos. Regularidad y normalidad de los espacios compactos. Imagen de un espacio compacto por una aplicación continua. Teorema sobre el producto de espacios compactos y aplicaciones.
8. Espacios para compactos: Definición. Propiedades de los subespacios cerrados. "El producto de un espacio compacto por un espacio paracompactos es paracompacto".  
Familias localmente finitas de subconjuntos en un espacio paracompacto y normalidad del espacio paracompacto. Espacios localmente compactos, definición y caracterización de los espacios localmente compactos que son paracompactos.
9. Normalidad. Propiedad de los espacios regulares y de Lindeloff. Caracterización de los espacios normales; "Lema de Urysohn".

---

TOPOLOGIA: ALGEBRAICA

1. Homotopía de aplicaciones continuas, homotopía relativa o un

subespacio, homotopía de curvas, propiedades de la homotopía de lazos que permiten introducir una estructura de grupo en el conjunto de las clases de equivalencia por homotopía, rel (0,1) Definición del centrado en un punto  $x$ .

2. Análisis Detallado del revestimiento  $IR \xrightarrow{e} S^1$  relevamiento de curvas y de homotopías, cálculo de  $\pi_1(S^1)$ , Definición de revestimiento. Noción de relevamiento de curvas y de homotopías en general. Relaciones entre la fibra de un revestimiento y el  $\pi_1$ , del espacio de partida y el  $\pi_1$ , del revestimiento.

s.b.v.