

ANÁLISIS MATEMÁTICO I

(Matemáticos, Físicos, Meteorólogos y Computadores)

2° cuatrimestre de 1971

1. Número real. Axiomas de cuerpo ordenado. Axioma del supremo. Números naturales. Principios de inducción y de Arquímedes. Buena ordenación. Expresión decimal de los números reales. Racionales e irracionales. Densidad de estos conjuntos.
2. Sistema de coordenadas cartesianas en el plano y el espacio. Distancia. Ecuación general de la recta. Paralelismo y perpendicularidad. Ecuación general de la circunferencia. Ecuación de la parábola. Posiciones relativas de una recta respecto de una circunferencia o una parábola.
3. Función. Dominio, contradominio, imagen, gráfico. Operaciones puntuales. Composición, inversa. Funciones monótonas, sectorialmente monótonas, pares e impares. Funciones lineales, polinomios, funciones racionales.
4. Continuidad. Límite funcional. Continuidad de polinomios y funciones racionales. Continuidad de la compuesta de dos continuas. Continuidad de la inversa. Teorema de Bolzano o del valor intermedio. Operaciones con límites.
5. Derivada. Motivación geométrica y dinámica. Recta tangente y normal. Teorema de aproximación lineal de funciones derivables. Derivabilidad implica continuidad. Álgebra de derivadas. Regla de la cadena. Derivada de la función inversa. Derivadas sucesivas.
6. Variación de la función. Condiciones sobre  $f'$  y para que  $f$  sea creciente o decreciente. Máximos y mínimos locales, su determinación. Puntos críticos. Función cóncava y convexa. Punto de inflexión. Variación de  $f''$ .
7. Integración. El problema de la primitiva y el problema del área bajo la curva. Mayorantes y minorantes escalonadas. Integral superior e inferior de una función acotada. Funciones integrables. Propiedades básicas de la integral. Integrabilidad de funciones continuas y de funciones monótonas.
8. Teorema fundamental del cálculo. Regla de Barrow. Reconstrucción de una función a partir de sus derivadas y valores iniciales. Navegación inercial. Método de integración por partes. Método de integración por sustitución. Longitud de arco.



9. Funciones trigonométricas. Definiciones analíticas del seno y coseno, sus derivadas. Propiedades elementales y gráfico. Solución general de la ecuación diferencial  $f'' + f = 0$ . Seno y coseno de la suma. Estudio de la tangente.
10. Logaritmo y exponencial. Definición analítica y propiedades elementales de  $\log x$ . Continuidad, derivabilidad, monotonía y concavidad. Integración de expresiones de la forma  $g'/g$ . Función exponencial, función  $a^x$ . Ecuación diferencial  $f' = af$ . Aplicación a problemas de interés continuo, crecimiento de poblaciones, desintegración, radiactiva. Funciones hiperbólicas. Ecuación diferencial  $f'' = f$ .
11. Integración de funciones racionales. Descomposición de una función racional en suma de un polinomio más una función racional propia. Expresión de una función racional propia como suma de fracciones irreducibles. Integración de fracciones irreducibles, distintos casos. Racionalización de integrandos. La sustitución  $t = \operatorname{tg} x/2$ . Fórmulas de reducción.
12. Teorema del valor medio. Lema de Rolle. Teorema de Lagrange. Teorema generalizado del valor medio. Corolarios. Fórmula de L'Hospital. Diversas formas de límites indeterminantes. Polinomio de Taylor. Expresión del resto. Verdad de la aproximación.
13. Series. Sucesiones, definición de límite. Unicidad del límite. Convergencia de sucesiones monótonas. Series numéricas. Convergencia. Criterios de convergencia de series positivas. Series alternadas. Convergencia absoluta. Series de potencias radio de convergencia. Serie de Taylor. Integración y derivación de series.

Prof. Carlos Segovia Fernández