

TEORIA DE CUERPOS CONVEXOS

- Materia optativa -

1º cuatrimestre de 1970.

Profesor Dr. Fausto A. Toranzos

1. Definición de conjunto convexo y conjunto estrellado. La intersección de convexos es un convexo, la unión monótona de convexos es convexo. La clausura y el interior de un convexo son conjuntos convexos.;
2. Cápsula convexa. Diferentes construcciones. Teorema de Caratheodory . Si P es compacto en E^n , $conv P$ es compacto. Teorema de Radón. Teoremas de Fenchel y Steinitz.
3. Teorema de Kakutani. Hiperplano que deja de un lado y que separa. Hiperplano de apoyo. Expresión en términos de funcionales lineales. Teorema standard de separación. Teorema de separación estricta. Teorema de Hahn-Banach. Existencia de hiperplanos de apoyo.
4. Teorema de Helly, caso finito y caso compacto. Teorema de Vicensini-Klee. Teorema de transversales comunes de Santaló. Teorema de Karlin-Shapely. Teorema de Jung. Teorema de Minkowsky. Generalizaciones del teorema de Helly.
5. Polaridad. Propiedades elementales del conjunto polar. La polaridad como aplicación entre familias de convexos. Función de apoyo y funcional de Minkowsky. Relación de estas funciones con la polaridad. Cono dual, ejemplo de esta técnica.
6. Conjuntos de ancho constante. Propiedades geométricas. Conjuntos llenos. Todo conjunto acotado está contenido en un conjunto lleno del mismo diámetro. Un conjunto es lleno si es de ancho constante. Inradio y circunradio de un conjunto de ancho constante.

Problema de Borsuk.

7. Estructura extremal. Puntos extremales. Puntos expuestos. Existencia de puntos extremales. Si K es convexo compacto en E^n . $K = \text{conv}(\text{ex } K)$. Teorema de Krein-Milman. Teorema de Milman. Teorema de Straszewicz sobre puntos expuestos. Cono y subespacio característico.
8. Estructura facial. Caras, pseudocaras, facetas. La familia de las caras y la de las pseudocaras son reticulados completos.
9. Conjuntos poliedrales. Familia no redundante de semiespacios. Estructura facial de un poliedral, toda pseudocara es una cara. Polítopos. K es polítopo si es poliedral acotado. Gráfico de un polítopo. Teorema de Euler-Poincaré. Polítopos vecinales. Teoremas de Balinsky y Steinitz. Problemas abiertos.
10. Métrica de Hausdorff en la familia de conjuntos compactos. Límite de una sucesión de convexos compactos es convexo compacto. Teorema de aproximación de Blaschke. Aproximación por polítopos. Definición de área y volumen. Continuidad de V y A . Fórmula de Cauchy para el área. Aproximación de un convexo compacto por convexos regulares.
11. Conjuntos estrellados. Kernel, estrella de un punto, componente convexa. Construcción del Kernel, teorema de Krasnoselsky, expresión del kernel como intersección de componentes convexas; y como intersección de estrellas de algunos puntos. Dimensión del kernel. Reseña sobre los problemas abiertos en la teoría de cuerpos estrellados.