

FUNCIONES REALES II

1er. cuatrimestre 1970

1.- COMPLEMENTOS SOBRE ESPACIOS DE BANACH

Conjuntos raros y magros; espacios de Baire. Teoremas de Baire; existencia de funciones continuas sin derivada en ningún punto. Teoremas de acotación uniforme. Teorema de la resonancia. Teorema de la aplicación inversa de Banach. Teorema de Banach-Steinhaus.

Convergencias en el espacio de las aplicaciones lineales y continuas entre dos espacios de Banach; convergencia en norma y convergencia fuerte. Convergencia débil en un espacio de Hilbert; compacidad débil de la bola unitaria. Convergencia débil en el espacio de las aplicaciones lineales y continuas.

2.- FORMAS SEXQUILINEALES Y OPERADORES EN UN ESPACIO DE HILBERT

Formas sexquilineales y cuadráticas en un espacio de Hilbert; cotas de una forma. Forma sexquilineal asociada a un operador.

Conjunto resolvente de un operador. Espectros continuo, discreto y residual de un operador; ejemplos; propiedades. Espectro aproximado.

3.- OPERADORES COMPACTOS EN UN ESPACIO DE HILBERT

Definición y propiedades de los operadores compactos. Operadores integrales. Representación espectral de un operador hermítico compacto; su caracterización. Teorema de la alternativa de Fredholm.

4.- INTEGRALES DE STIELTJES

Integral de Stieltjes-Riemann sobre un intervalo de una función compleja respecto a una función con valores en un Banach; condiciones de existencia; propiedades. Segundo teorema de la media. Teorema de representación de Riesz para el espacio $C(a,b)$.

5.- OPERADORES HERMITICOS ACOTADOS

Operadores positivos; relación de orden. Proyectores, caracterización y propiedades. Teorema de la representación espectral. Teorema de unicidad. Funciones continuas de un operador. Relaciones entre el espectro y la representación espectral.

6.- SISTEMAS ORTONORMALES EN ESPACIOS FUNCIONALES

Espacios L^p . Sistema trigonométrico ortonormal; serie de Fourier de una función de L^2 ; extensión a L^1 . Series trigonométricas: convergencia puntual; teorema de Lebesgue. Unicidad en L^1 de la serie de Fourier. Densidad de los polinomios trigonométricos en L^p ; consecuencias para $p=2$. Forma exponencial de las series trigonométricas. Series de senos y cosenos.

7.- POLINOMIOS ORTOGONALES

Ortogonalización de Schmidt. Polinomios de Legendre; fórmula de Rodrigues. Series de Fourier Legendre. Otros ejemplos de polinomios ortogonales. Propiedades básicas de un sistema de polinomios ortogonales.

8.- CONVERGENCIA PUNTUAL DE LAS SERIES DE FOURIER TRIGONOMETRICAS

Planteo del problema de la convergencia puntual. Decrecimiento de los coeficientes. Lema de Riemann-Lebesgue. Núcleo e integral de Dirichlet; teorema local de Riemann. Criterios de convergencia de Dini y de Lipschitz; casos particulares. Criterio de Dirichlet-Jordean. SUMación Cesaro de series. Teoremas de Fejer y de Fejer-Lebesgue.

9.- TRANSFORMACION DE FOURIER

Transformación de Fourier de una función de L^1 ; propiedades básicas, fórmula de reciprocidad en L^1 . Producto de convolución de dos funciones. Transformación de Fourier y convolución. Transformación de Fourier en L^2 ; teorema de Parseval-Plancherel.