

FUNCIONES REALES I

## PROGRAMA

2 cuatrimestre 1970

- 1.- Espacios métricos. Conjuntos abiertos y cerrados. Topologías. Interior, clausura, frontera. Punto de acumulación. Sucesiones en un espacio métrico. Conjuntos acotados. Funciones con tínuas. Homeomorfismos. Separabilidad. Bases de abiertos.
- 2.- Sucesiones de Cauchy. Espacios métricos completos. Existencia y unicidad de la completación. Principio de encajes. Teorema de categoría de Baire. Teorema del punto fijo de Banach.
- 3.- Espacios compactos. Espacios totalmente acotados. Caracterizaciones de la compacidad. Compacidad secuencias. Teorema de Borel-Lebesgue. Imagen continua de un compacto. Conjuntos conexos. Componente conexa. Imagen continua de un conexo. Teorema de Bolzano.
- 4.- Familias de conjuntos. Anillos, álgebras,  $\sigma$ -anillos y  $\sigma$ -álgebras. Función de conjunto, medida, medida exterior. Proceso de Caratheodory de construcción de una medida. Completación de una medida. Medida de Lebesgue en  $\mathbb{R}$ . Medida de Lebesgue-Stieltjes en  $\mathbb{R}$ . Medida de Lebesgue en  $\mathbb{R}^n$ . Medidas signadas. Descomposición de Jordan.
- 5.- Funciones medibles. Caracterizaciones y combinaciones elementales. Convergencia puntual y c.t.p.. Convergencia uniforme y casi uniforme. Convergencia en medida. Relaciones entre estas nociones. Teorema de Egorov. Funciones simples.
- 6.- Integral de una función simple. Propiedades elementales. Integral real de una función medible. Desigualdad de Chebishev. Teorema de la convergencia dominada de Lebesgue. Teorema de Beppo Levi. Teorema de Fatou. Construcción de la medida producto como integral de las medidas de las secciones. Propiedades de la medida producto. Teorema de Fubini.

7.- Espacios normados. Teorema de Hahn-Banach. Aplicaciones. Fu  
nciones lineales continuas de un espacio normado en otro. Es-  
pacio dual topológico. La esfera unitaria de  $X'$  separa puntos  
en  $X$ . Inmersión de  $X$  en  $X''$ . Relación entre funcionales linea-  
les continuas e hiperplanos cerrados. Teorema de Riesz de carac  
terización de espacios normados de dimensión finita. Teorema  
de la aplicación abierta. Normas equivalentes. Teorema del  
gráfico cerrado. Espacios  $L^p$  y  $l^p$ .

Prof. Fausto A. Toranzos