

## CALCULO NUMERICO II

lar. cuatrimestre 1970

### PROGRAMA

#### I.- Ecuaciones diferenciales elementales

- a) Variables separables.
- b) Homogéneas.
- c) Diferenciales exactas y factor integrante.
- d) Ecuación lineal.

#### II.- Teorema de Existencia y Unicidad de Euler-Cauchy-Peano

Construcción de solución aproximada. Aplicación del teorema de Arzelá-Ascoli a la demostración de la existencia. Condición de Lipschitz. Unicidad. Acotación del error del método de Euler.

#### III.- Método de Picard para una ecuación diferencial

Construcción de las aproximaciones sucesivas para una ecuación diferencial. Teorema de Picard-Lindelof. Acotación del error de la  $n$ -ésima aproximación. Existencia de las soluciones locales.

#### IV.- Sistemas de Ecuaciones Diferenciales

Teorema de existencia y unicidad para sistemas. Teorema de existencia para una ecuación de orden  $n$ .

#### V.- Ecuaciones Diferenciales Analíticas

Método de las funciones mayorantes de Cauchy para la demostración del teorema de existencia y unicidad (Series de potencias).

#### VI.- Ecuaciones y Sistemas diferenciales lineales

Existencia y unicidad de la solución de sistemas de ecuaciones diferenciales lineales. Método matricial. Matriz solución fundamental, propiedades. Identidad de Liouville. Solución no homogénea: método de la variación de las constantes. Ecuaciones lineal de orden  $n$ . Sistema fundamental de soluciones. Caso de coeficientes constantes.

### VII.- Cálculo Operacional

Definición de los operadores  $\Delta$ ,  $\nabla$ ,  $\delta$ ,  $E$  y  $\mu$ . Importantes relaciones entre operadores. Aplicación del método operacional a la obtención de fórmulas en diferencias finitas para la interpolación, diferenciación e integración numéricas.

### VIII.- Método de Gauss para la integración numérica

Método de Gauss-Legendre. Valor aproximado de

$$\int_{-1}^1 f(x) dx = H_0 f(x_0) + H_1 f(x_1) + \dots + H_n f(x_n). \text{ Elección}$$

de los  $H_i$  y  $n_i$  para obtener el valor estricto de la integral para todo polinomio de grado igual o menor que  $2_{n+1}$ . Aplicaciones.

### IX.- Métodos Analíticos Aproximados

- a) Método de la serie de Taylor; su uso como método global y como método de pasos simple. Aplicaciones a la solución de ecuaciones diferenciales ordinarias lineales y no lineales, sistemas de ecuaciones diferenciales. Variante del método por E. M. Wilson (1949) para ecuaciones lineales de todo orden. Aplicaciones.
- b) Método de las aproximaciones sucesivas de Picard. Aplicación a ecuaciones diferenciales lineales y no lineales, y a sistemas de ecuaciones diferenciales.

### X.- Métodos Numéricos Aproximados

- a) Métodos de Euler (o de la tangente). Deducción del algoritmo. Interpretación geométrica. ~~XXXXXXXXXX~~ Aplicaciones. Método de Euler para sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias. Aplicaciones.
- b) Método de Euler mejorado. Deducción del algoritmo, interpretación geométrica. Obtención de la fórmula  $I_{i+1} = Y_{i-1} + 2 I'_i$  para las sucesivas aproximaciones a "mejorar";

comparación del error de truncamiento de esta fórmula y la del Euler simple.

- c) Método de Runge-Kutta. Forma general de un método de Runge-Kutta de orden  $n$  caso particular para  $n = 2, 3$  y  $4$ . Aplicación del método a sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias. Diagramación.
- d) Métodos en diferencias finitas. Método de extrapolación e interpolación de Adams-Bashfordh. Método de Milne. Deducción de las fórmulas de predicción y corrección utilizando los polinomios interpolatorios de Newton y de Lagrange. Aplicaciones a ecuaciones diferenciales lineales y no lineales y a sistemas de ecuaciones diferenciales.
- e) Método de las series de Lie. Definición de la serie de Lie. El operador  $D$  asociado a sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias. Propiedades del operador  $D$ . La serie  $e^{tD}$ . Teorema de multiplicación:  $e^{tD}(f.g) = e^{tD}f(e^{tD}g)$ . Descomposición del operador  $D = D_1 + D_2$ . Fórmula de perturbación. Construcción recursiva de las expresiones  $D^n f$  en el caso de las operaciones: suma algebraica, multiplicación, división, exponencial, seno y coseno.

Profesor Actuario Osvaldo Cappi

