

8M

APROXIMACION DE FUNCIONES EN L_2 y EN L_∞

1er. cuatrimestre 1970

Curso Optativo

- 1.- Problema de aproximación lineal en espacios de Banach
Aproximación lineal y dependencia lineal; determinante de dos n -uplas y determinante de Gram.
Aproximación en espacios L_p ; casos L_1 , L_2 y L_∞ . Polinomios algebraicos y trigonométricos.
- 2.- Teoría L_2 de las series de Fourier.
Sistemas ortonormales; series de Fourier; convergencia y representación. Operaciones. Desigualdad de Bessel. Completitud, unicidad, igualdad de Parseval y teorema de multiplicación.
- 3.- Teorema de Féjer y consecuencias
Sumabilidad de series; teorema de permanencia. Métodos matriciales. Método de Césaró. Núcleos de Dirichlet y de Féjer. Teorema de Féjer; relación con los teoremas de unicidad y de Parseval. Teoremas de Weierstrass.
- 4.- Operadores lineales positivos
Operadores lineales en general. Continuidad y acotación. Elementos positivos y operadores positivos en $C|A|$. Polinomios de Bernstein. Normas de los operadores de Dirichlet y de Féjer; teorema de Féjer. Teorema de Korovkin.
- 5.- Polinomios de aproximación óptima
Compacidad de conjuntos de polinomios acotados. Existencia de polinomios de aproximación óptima en espacios de Banach. Espacios estrictamente convexos y unicidad; caso de los espacios L_p .

- 6.- Caracterización de polinomios de aproximación óptima
Teorema de Kolmogorov. Convexidad y consecuencias. Signaturas extremales; teorema de Rivlin y Schapiro.
- 7.- Sistemas de Chebychev
Definición y equivalencias. Interpolación. Sistemas de Chebychev reales; existencia. Unicidad en sistemas de Chebychev; teorema recíproco de Haar. Alternancias de Chebychev; teoremas de Chebychev y de Vallée-Poussin. Polinomios de Chebychev.
- 8.- Propiedades de los polinomios
Polinomios de interpolación algebraicos y trigonométricos. Desigualdades de Bernstein y de Markov. Teorema de Schur.
- 9.- Clases de funciones continuas
Módulos de continuidad. Diferencias superiores y módulos de suavidad (smoothness). Clases especiales de funciones.
- 10.- Aproximación por polinomios trigonométricos
Teoremas directos. Núcleo de Jackson y teorema de Jackson. Grado de aproximación de funciones derivables. Teoremas inversos.

Prof. Dr. César A. Trejo