4 M

ALGEBRA ORDINAL

1er. cuatrimestre 1970

PROGRAMA

ESTRUCTURA ORDINAL

1.1. Relaciones de preorden y de orden. Orden asociado a un preorden.

1.2. Operaciones con conjuntos.

1.3. Elementos y partes notables de un conjunto.

1.4. Aplicaciones y relaciones de equivalencia. Cardinal; tipo de orden y género de orden,. Teorema de Bernstein.

1.5. Operaciones y relaciones de orden entre cardinales.

1.6. Operaciones y relaciones de orden entre tipos de orden y entre géneros de orden.

AXIOMA DE ELECCION

2.1. Axiomas de Kuratowsky, de Zorn, del buen orden y de Zermelo.

2.2. Teoremas de equivalencia entre los axiomas precedentes.

2.3. Teorema de Witt.

TEORIA ORDINAL CLASICA

3.1. Ordinales y propiedades generales. Teorema de Schroder. Coincidencia del preorden de Fraissé de los ordinales con el orden de Cantor. Paradoja de Burali-Forti.

3.2. Semejanza de una cadena bien ordenada con el conjunto de las ordinales estrictamente menores que su tipo. Rangos. Clase cardinal de los ordinales e iniciales de clase. Hipótesis del continuo e hipótesis generalizada del continuo.

DESCOMPOSICION CANTORIANA Y TOPOLOGIA ORDINAL

4.1. Topología sobre las cadenas. Topología del orden, órdenes continuos respecto a una topología y caracterización de la topología del orden. Carácter no hereditario de la topología del orden. Caracterización de los morfismos continuos de las cadenas bien ordenadas.

4.2. Traslaciones aditivas y multiplicativas. Caracter inyectivo creciente de las traslaciones izquierdas y simplificaciones izquierdas. Carácter no inyectivo de las traslaciones derechas.

4.3. Ordinales indescomponibles. Indescomponibilidad e impartibilidad. Caracter cerradco de la clase de los ordinales indescomponibles. Descomponibilidad finita e indescomponibles ordinales.

4.4. Principio de inducción transfinita y generalización artiniana. Definición por inducción transfenita. Justificación y generalización artiniana. Definición de potencia ordinal. Polinomios cantorianos.

TEORIA CARDINAL Y TIPOS COFINALES

5.1. Fórmula $\aleph_\alpha^2 = \aleph_\alpha$. Aplicaciones a la suma, producto y potencia de dos cardinales. Simplificaciones en el caso de admitir la hipótesis generalizada del continuo.

5.2. Cadena cofinal en una cadena. Tipo cofinal de una cadena. Ordinales regulares y singulares. Carácter regular de $\omega_{\alpha+1}$.

ORDENES DENSOS

6.1. Caracterización de las cadenas de tipo ω. Caracterización de las dadenas de tipo η.

6.2. Definición del límite inductivo. Límite inductivo de conjuntos ordenados o preordenados.

6.3. Idea general de las cadenas de tipo η_α admitiendo la hipótesis generalizada del continuo.

6.4. Caracterización ordinal de la recta real. Caracterización ordinal de los conjuntos triárdicos de Cantor.

ALGEBRA ORDINAL DISPERSA

7.1. Cadenas dispersas. Caracter hereditario de las cadenas dispersas. Carácter estable de la clase de las cadenas dispersas.

7.2. Mayoración-acotación del tipo de orden u ordinal de toda sucesión estrictamente creciente de equivalencias definidas sobre un conjunto.

7.3. Proceso de reducción de cadenas. Núcleos y grado. Equivalencia entre reducible, disperso y la de la no existencia de una parte de tipo η.

7.4. Obtención trasfinita de cadenas dispersas.

M-ALGEBRAS ORDINALES Y CONJUNTOS MEJOR ORDENADOS

8.1. Conjuntos ordenados artinianos incomparabilidad finita o conjunto a.i.f. Condiciones necesarias y suficientes para que un conjunto sea a.i.f.

8.2. Conjuntos a.i.f. cuyos conjunto de secciones iniciales no lo son. Ejemplo minimal. Condición necesaria y suficiente de Rado. Barreras. Conjuntos mejor ordenados de Nash-Williams.

8.3. Algebra ordinal de la clase de los cadenas dispersas y las M-algebra ordinales. Teoremas de Higman y de Pouzet.

Prof. E. Corominas