15 M

FUNCIONES REALES II

Programa   1er. cuatrimestre 1969

1.- <u>Cálculo diferencial e integral en espacios normados</u>

Diferencial en un punto de una aplicación entre dos espacios normados: aplicaciones tangentes: ejemplos: derivadas. Diferencial de un producto. Diferencial de una aplicación compuesta. Máximos y mínimos relativos.

Teoremas del incremento finito. Sucesiones de aplicaciones diferenciables.

Diferencial es espacios productos: diferenciales parciales.

Integrales de funciones de variable real con valores en un espacio de Banach; integrales sobre intervalos no compactos. Funciones definidas por integrales.

Ecuaciones diferenciales en el caso de funciones con valores en un espacio de Banach: teorema de existencia de Peano-Picard.

Inversión en $L(X,Y)$. Funciones implícitas en espacios normados; teoremas de existencia; funciones inversas; casos particulares. Máximos y mínimos ligados.

Aplicaciones del cálculo diferencial en espacios normados al cálculo de variaciones; deducción de las ecuaciones de Euler.

Formas diferenciales de grado uno en espacios de Banach. casos particulares. Integral de una forma diferencial sobre una curva. Condición necesaria y suficiente para que una forma diferencial contínua sea una diferencial exacta.

2.- <u>Series de Fourier</u>

Series en espacios de Banach. Familias sumables de elementos de un espacio de Banach: asociatividad. Series conmutativamente convergentes.

Sistemas ortonormales finitos y numerables en un espacio prehilbertiano; desigualdad de Bessel Parseval; teorema de mejor aproximación; convergencia conmutativa.

Sistemas ortonromales en general; espacio $L^2(I)$ para I arbitrario. Familias de Fourier; propiedades. Familias máximales, familias totales y bases hilbertianas: equivalencias entre sí y con las igualdades de Bessel-Parseval.

Isomorfismo hilbertianao de $L^2(I)$ con todo espacio de Hilbert con una familia ortonormal maximal coordinable con I. Caso numerable. Caracterización topológica de los espacios de dimensión finita o infinita numerable.

Integral de Stieltjes-Riemann; propiedades básicas; integración por partes. Integración respecto de una primitiva. Teorema de la media para integrales de Stieljes-Riemann; consecuencias. Segundo teorema de la media para integrales de Lebesgue. Teorema de representación de Riesz. Esbozo de la integral de Stieltjes-Lebesgue.

Espacio L^2, espacio L^2 con función de peso. Sistema ortonormal trigonométrico. Series trigonométricas. Serie de Fourier de una función de L^1; maximalidad del sistema; consecuencias para funciones de L^2. Series de senos y cosenos. Forma exponencial del sistema trigonométrico.

Polinomios de Legendre; fórmula de Ridrigues. Series de Fourier-Legendre; totalidad del sistema. Polinomios ortogonales en general; definición, propiedades y ejemplos.

Convergencias puntual de las series de Fourier. Lema de Riemann-Lebesgue. Núcleo e integral de Dirichlet. Teorema local de Riemann. Criterios de Dini y de Lipschitz; casos particuales. Convergencia de la serie de Fourier de una primitiva. Criterio de Dirichlet-Jordan. Sumación Cesaro de series. Sumación Cesaro de series de Fourier: teorema de Fejer;consecuencias.

3.- Transformación de Fourier

Transformación de Fourier de una función de L^1; propiedades básicas; fórmula de reciprocidad en L^1. Producto de convolución de dos funciones. Transformación de Fourier y convolución. Transformación de Fourier en L^2: teorema de Parseval-Plancherel.

Prof. Dr. Manuel Palanzat