

7/5

GEOMETRIA DE ESPACIOS METRICOS

Materia optativa

(1er. Cuatrimestre 1968)

- 1.- Primeros conceptos: "El punto  $x$  está entre  $a$  y  $b$ ". Banda, banda cerrada, densa, completa. Segmento métrico. Distintas definiciones de convexidad de un espacio métrico. Implicaciones y contraejemplos.-
- 2.- Convexidad de un subconjunto de un espacio métrico. Cápsula convexa, definición y construcción. Condición para que el diámetro de la cápsula sea igual al del conjunto.-
- 3.- Puntos internales, pasantes y terminales. Espacio externamente convexo. Aros, horquetas, zig-zag, cuaternas pseudolineales. Propiedad de las dos ternas. Existencia de rectas y semirectas métricas. Condición para que un espacio sea subcongruente en la recta.-
- 4.- Propiedad de Blumenthal. Relación con la "2-3". Propiedades "fe4p" y "qe4p", equivalencia con la de Blumenthal. Propiedades de los subconjuntos convexos de un espacio de Blumenthal.-
- 5.- Conjuntos independientes,  $n$ -simplex,  $n$ -célula,  $k$ -cara, vértice, faceta, célula facial. Espacio de tipo  $n$ . Geometría del  $n$ -simplex. El espacio es de tipo  $n$  si y solo si las  $n$ -células son abiertas.-
- 6.- Conjuntos afines en un espacio de Blumenthal. Definición, construcción y propiedades de la cápsula afín. Concepto de bola redonda y espacio espeso.-
- 7.- Conjuntos de los puntos internales. Equivalencia entre dimensión y tipo. Un espacio de Blumenthal es espeso y localmente compacto si y solo si es completo y de dimensión finita.-

/'

--2--

8.- Funcionales afines en un espacio de Blumenthal, propiedades. Un espacio convexo, completo, de Blumenthal y de tipo  $n$  es subcongruente en  $E^n$ . Refinamientos y corolarios.--

9.- Subespacios de deficiencia 1. Relaciones entre este concepto y los planos de Leibniz y los conjuntos de nivel de funcionales afines.--

10.- Extensión de isometrías, diversas instancias. Nueva demostración del teorema de inmersión en  $E^n$ . Teorema de inmersión en un espacio de Hilbert. Corolarios y refinamientos.--

11.- Espacios estrellados. Kernel y componentes convexas. Expresión del kernel como intersección de componentes convexas. Extensión de los teoremas de inmersión a espacios perfectamente estrellados.--

12.- Nociones sobre el 'problema de Bing'. Soluciones parciales. Problemas no resueltos de esta disciplina en conexión con temas de Topología, Análisis Funcional, Geometría de cuerpos convexos, Algebras de Boole y Teoría de la medida.--

Fausto A. Toranzos.--