D14

1

PROGRAMA DE GEOMETRIA PARA EL PROFESORADO.

1er Cuatrimestre 1968.

1. Espacios topológicos. Conjuntos abiertos , cerrados. Topologías indiscreta, discreta. Topología inducida por una métrica. Métrica discreta y topología discreta. Entornos, sus propiedades. Un conjunto es abierto si y sólo si es entorno de todos sus puntos. Topologías relativas. Espacios separados. Todo espacio métrico es un espacio topológico separado. Funciones continuas en un punto y en todo el espacio. Composición de funciones continuas. Homeomorfismos. Comparación de topologías. Puntos interiores, de acumulación, adherentes, exteriores, frontera y aislados de un conjunto. Clausura e interior de un conjunto. Espacios separables.

2. Superficies triangulables. Número de Euler de una superficie: su invariancia topológica. Número de Euler para una superficie cerrada: los 5 poliedros regulares. Aplicaciones a la geometría elemental.

3. Superficies orientables y no orientables. Ejemplos: toro, botella de Klein, plano proyectivo, gorro cruzado, banda de Möbius. La banda de Möbius es equivalente al gorro cruzado. Toda superficie cerrada orientable es una esfera con asas. Caso de superficies no orientables. El problema de los 4 colores.

4. Transformaciones en el plano. Transformaciones algebraicas Transformaciones racionales y birracionales. Transformaciones birracionales cuadráticas: su generación. Inversión: sus propiedades. Ejemplos clásicos. Construir una circunferencia dadas tres condiciones cualesquiera entre: pasar por un punto, ser tangente a una recta, ser tangente a otra circunferencia.

5. Construcciones geométricas con regla y compás, su expresión analítica. Método para determinar si una construcción es posible con regla y compás. Construcción de un triángulo dados tres elementos entre: lado, altura y mediana. Otros problemas clásicos: división áurea de un segmento; inscrición del pentágono regular. Imposibilidad de la duplicación del cubo y de la trisección del ángulo. Inscripción de polígonos regulares: imposibilidad de inscribir los polígonos regulares de 7 y 9 lados. Enunciado del teorema general de Gauss.

6. Fundamentos de la geometría. La actitud científica en la remota antigüedad. La ciencia deductiva según Aristóteles. Euclides y los Elementos: el postulado V. Sistemas axiomáticos, teorías subyacentes. Estructuras. Isomorfismo de estructuras. Modelo de un sistema axiomático. Compatibilidad, categoricidad , independencia y completitud de un sistema axiomático. Equivalencia de sistemas axiomáticos.

7. Estudio detallado del sistema axiomático $\mathcal{T}_3$. Definición de geometría proyectiva plana. Una geometría proyectiva plana con 13 puntos y tal que cada recta tiene 4 puntos. Una geometría afín finita de 9 puntos. Definición de geometría afín plana.

8. El plano afín π . Clases paralelas. Introducción de coordenadas en el plano π . Pendiente y ecuación de una recta. La operación ternaria T. El anillo ternario planar $[\Gamma, T]$. El plano afín definido por un anillo ternario. Introducción de la adición. $(\Gamma,+)$ es un loop. Introducción de la multiplicación. Vectores.

Continua

Un plano afín notable π .

9. Primera propiedad de Desargues: su origen proyectivo. Definición completa de equivalencia de vectores. Adición de vectores. Linealidad del operador ternario. Distributividad a la derecha de la multiplicación respecto de la adición. La primera propiedad de Desargues es válida en un plano afín π si y sólo si cada anillo ternario planar definido en π es lineal. Sistemas de Veblen-Wedderburn.

10. Introducción de la segunda propiedad de Desargues. Si un plano afín π tiene la primera y segunda propiedades de Desargues entonces $(\Gamma, +, \cdot)$ es un seudoanillo. Introducción de la tercera propiedad de Desargues. Si un plano afín π tiene la primera y tercera propiedades de Desargues, entonces $(\Gamma, +, \cdot)$ es un cuerpo.

11. Introducción de las propiedades de Pappus y especial de Pappus: su origen proyectivo. Cuerpos conmutativos. Geometría analítica afín sobre un cuerpo conmutativo. Cuerpos conmutativos totalmente ordenados y continuos. Grupo de transformaciones afines, grupo de transformaciones euclideas.

Doctor Luis Santaló.
Lic. Juan C. Bressan.