

'67-1/9 M:  
20

PROGRAMA DE  
GEOMETRIA (Para Profesorado)  
1er. cuatrimestre 1967

1. Conjunto convexo. Combinación convexa. Intersección y unión de convexos. Interior y clausura de un convexo. Cápsula convexa. Teorema de Caratheodory. Refinamientos: Teoremas de Steinitz, Fenchel y Radon.
2. Conjunto afin. Interior relativo. Hiperplanos. Teorema de separación de Kakutani. Hiperplano de apoyo. Conjunto de Chebishev. Existencia de hiperplanos de apoyo por cada punto de la frontera de un convexo. Teorema de separación estricta.
3. Conjunto de ancho constante. Conjunto lleno. Equivalencia entre estos conceptos. Un conjunto de ancho constante con centro de simetría es una esfera inscrita y circunscrita de un conjunto de ancho constante.
4. Polítopos. Un polítopo es un convexo con un número finito de puntos extremos. Gráfico de un polítopo. Teorema de Euler. Un polítopo como intersección de un número finito de semiespacios cerrados.
5. Teorema de Helly: caso restringido, caso finito, caso compacto, demostración de Radon. Aplicaciones: teorema de Vicensini-Klee, transversales comunes, teorema de Jung, teorema de Krasnoselsky, teorema de Kirchberger, teorema de Dvoretzky, teorema de Hara-Klee-Valentine.
6. Espacios topológicos. Superficies triangulables. Número de Euler de una superficie: su invariancia topológica. Número de Euler para una superficie cerrada: los 5 poliedros regulares. Idea sobre polítopos regulares en espacios de más dimensiones.
7. Superficies orientables y no orientables. Ejemplos. Toda superficie cerrada orientable es una esfera con asas. Caso de superficies no orientables. El problema de los 4 colores: número cromático de una superficie cerrada cuyo número de Euler es menor que 2. Idea de la teoría de los nudos.

///

///

8. Transformaciones en el plano. Transformaciones algebraicas. Transformaciones lineales: grupos de transformaciones lineales (homografía, afinidad, congruencias, simetrías, ...). Transformaciones cuadráticas: su generación. Inversión: sus propiedades. Ejemplos clásicos. Construir una circunferencia dadas 3 condiciones cualesquiera entre: pasar por un punto, ser tangente a una recta, ser tangente a otra circunferencia.
9. Construcciones geométricas con regla y compás; su expresión analítica; irracionales cuadráticas sobre un cuerpo; ecuaciones cuyas raíces son irracionales cuadráticos. Construcción de un triángulo dados tres elementos entre lado, altura, mediana. Imposibilidad de construir un triángulo dadas las tres bisectrices. Otros problemas clásicos: división aurea de un segmento; inscripción del pentágono regular. Imposibilidad de la duplicación del cubo y de la trisección del ángulo. Inscripción de polígonos regulares: imposibilidad de inscribir los polígonos regulares de 7 y 9 lados. Enunciado del teorema general de Gauss.

Dr. L. Santaló

Dr. F. Toranzos