

'67-1/25 M:1967
(10)

PROGRAMA DE LA MATERIA
CONVEXIDAD (Dr. Fausto Toranzos)
1967

PRIMERA PARTE

- 1) Conjunto convexo. Combinación convexa. Intersección y unión de convexos. Interior y clausura de un convexo. Cápsula convexa. Teorema de Caratheodory. Refinamientos: teoremas de Steinitz, Feuchel y Radon.
- 2) Conjunto afín. Interior relativo. Hiperplanos. Teorema de separación de Kakutani. Hiperplano de apoyo. Conjunto de Chebishev. Existencia de hiperplanos de apoyo por cada punto de la frontera de un convexo. Teorema de separación estricta.
- 3) Conjuntode ancho constante. Conjunto lleno. Equivalencia entre estos conceptos. Un conjunto de ancho constante con centro de simetría es una esfera Insfera y circunsfere de un conjunto de ancho constante.
- 4) Polítopos. Un polítopo es un convexo con un número finito de puntos extremales. Gráfico de un polítopo. Teorema de Euler. Un polítopo como intersección de un número finito de semiespacios cerrados.
- 5) Teorema de Helly: caso restringido, caso finito, caso compacto, demostración de Radon. Aplicaciones: teorema de Vicensini-Klee, transversales comunes, teorema de Jung, teorema de Krasnoselsky, teorema de Kirchberger, teorema de Dvoretzky, teorema de Horn-Klee-Valentine.
- 6) Métrica de Hausdorff para conjuntos compactos de E^n . Completitud de dicho espacio métrico. Restricción de esa métrica a los convexos compactos. Una sucesión convergente de convexos compactos tiende a un convexo compacto. Teorema de Blaschke.
- 7) Teoremas de aproximación de un convexo compacto por polítopos contenidos y que contienen a dicho convexo. Existencia de una sucesión de convexos rotundos que tienden a un convexo compacto dado. Teorema de aproximación de un convexo compacto por convexos regulares.
- 8) Función continua en la familia de los convexos compactos. Volumen de un

///

///

convexo compacto. Continuidad del volumen. Volumen de un polítopo. Area de un convexo compacto. Continuidad del área. Fórmula de Cahchy para el cálculo del área.

9) Función convexa. Prenorma, seminorma, norma. Condición de continuidad de una función convexa. Función de distancia. Condiciones para que la función de distancia sea una seminorma (una norma). Condiciones necesarias y suficientes para que un espacio sea normable. Función de apoyo. Caracterización de las funciones de apoyo. Descripción de un convexo por su función de distancia y por su función de apoyo.

10) Polaridad. Conexión de la polaridad con las operaciones conjuntistas. Descripción del doble polar. Correspondencia entre la función de distancia y la de apoyo de dos convexos polares.

11) Teoremas de separación de conjuntos convexos en un espacio localmente convexo. Teorema de Halm-Banach. Puntos extremales de un convexo compacto en un espacio localmente convexo. Teorema de Krein-Milman.