~~[illegible]~~(1967)

3 Ej: 2

1967

ANALISIS MATEMATICO Primer Curso. 1867

1. El número real. Sucesiones de números reales.

Números racionales, densidad. Segmentos inconmensurables. Sucesiones. Aproximaciones decimales. Encajes de intervalos. Conjuntos en la recta real, sup. e inf., intervalos. Resumen de propiedades de los números reales.

Sucesiones de números reales. Límites finitos e infinitos; propiedades. Sucesiones extraídas. Sucesiones monótonas. Límites de oscilación. Criterio de Bolzano-Cauchy; sucesiones regulares.

2. Conjuntos. Operaciones de Boole.

Definiciones por comprensión y por extensión. Pertenencia. Inclusión. Inclusión e implicación. Igualdad de conjuntos.

Intersección. Conjuntos disjuntos, conjunto vacío. La intersección y la inclusión. Unión. Conjunto de partes de un conjunto. Complementación; leyes de De Morgan.

3. Conjuntos de puntos de la recta real.

Puntos de acumulación. Teorema de Bolzano-Weierstrass. Conjuntos abiertos y cerrados. Clausura e interior de un conjunto. Teorema de cubrimiento de Borel.

4. Relaciones y funciones.

Pares ordenados. Producto cartesiano de conjuntos. Coordenadas cartesianas. Relaciones. Representación de relaciones. Relación inversa.

Funciones. Definiciones y notaciones. Representación. Funciones inyectivas, suryectivas, biyectivas. Composición, propiedades; diagramas. Operaciones con funciones numéricas. Funciones de R en R; representación cartesiana; operaciones; crecimiento y decrecimiento, funciones monótonas. Funciones racionales y funciones enteras; funciones algebraicas y trascendentes.

5. El límite funcional.

Definición y propiedades. Infinitésimos. Cálculo de límites. Límite infinito y límite para $x \to \infty$; límites laterales. Criterio de Bolzano-Cauchy.

6. La continuidad.

Definición. Discontinuidades: evitables, "verdadero valor"; de primera especie, límites laterales; de segunda especie.

Propiedades de las funciones continuas en un intervalo cerrado: conservación del signo; ceros; propiedad D; máximos y mínimos, teorema de Bolzano-Weierstrass. Concepto de continuidad uniforme, teorema de Heine-Cantor.

7. Funciones trascendentes elementales.

Función exponencial; el número e. Función logarítmica; logaritmos naturales y decimales; cambio de base. Funciones circulares, periodicidad. El límite de $(\text{sen } x)/x$ para $x \to 0$ y aplicaciones. Funciones circulares inversas. Funciones hiperbólicas; relaciones fundamentales; ecuaciones paramétricas de la hipérbola; funciones hiperbólicas inversas.

8. La derivada.

Incrementos y razón incremental. Derivada; interpretación geométrica. Cálculo directo de algunas derivadas. La función derivada. Continuidad de las funciones derivables. Derivadas laterales.

Primeras aplicaciones de la derivada. Angulo de dos curvas. Ecuaciones de la tangente y de la normal. Segmentos determinados por la tangente y por la normal.

9. <u>El cálculo de la derivada.</u>
Linealidad. Derivada del logaritmo. Derivada de función compuesta. El método de la derivada logarítmica; reglas del producto y del cociente y derivadas de las funciones potencial y exponencial, derivadas de las funciones circulares e hiperbólicas. Derivada de función inversa; aplicación a las funciones circulares e hiperbólicas.

10. <u>Variación de las funciones de R en R.</u>
Criterios de crecimiento y decrecimiento. Máximos y mínimos relativos. Determinación; método de la variación de la derivada primera, y método de la derivada segunda. Concavidad e inflexiones.

11. <u>La diferencial.</u>
Aplicaciones lineales de R en R. Definición de diferencial y expresión analítica; notación diferencial de la derivada. Significado geométrico. Relación con el incremento. Reglas de diferenciación. Diferencial de función compuesta e invariancia de la expresión analítica. Tangente y normal a una curva plana dada en forma paramétrica. Curvas en coordenadas polares.

12. <u>Teoremas del valor medio del Cálculo diferencial.</u>
El teorema del incremento finito y su significado geométrico. Consecuencia: teorema fundamental del cálculo integral. Teorema del valor medio de Cauchy.

13. <u>Límites indeterminados.</u>
Forma 0/0; regla de Bernoulli-l'Hospital. Aplicación reiterada. Límite para $x \to \infty$ y forma ∞/∞. Formas $0.\infty$ e $\infty - \infty$. Formas de indeterminación exponenciales. Sustitución de variables equivalentes.

14. <u>Derivadas sucesivas.</u>
Definiciones. Derivadas n-ésimas de algunas funciones elementales. Diferenciales sucesivas. La función de Cauchy. Ceros reales de las funciones continuas, caso de funciones derivables. Órdenes de contacto de dos curvas. Curva osculatriz a una dada.

15. <u>Aproximación de funciones derivables.</u>
Expresión de un polinomio por sus derivadas en un punto. Fórmula de Taylor. Forma de Lagrange del término complementario. Expresiones de la fórmula de Taylor: fórmula de Mac-Laurin; forma diferencial. Acotación del término complementario. Desarrollo de las funciones elementales: exponencial, circulares, potencial, logarítmica. Aplicación al cálculo de límites indeterminados.

16. <u>La integral definida.</u>
Noción de área en el plano. Integral de Cauchy. Cálculo directo de algunas integrales. Propiedades: aditiva de intervalo, linealidad, monotonía. Teorema de valor medio, caso de función continua. Valor medio de una función en un intervalo.

17. <u>Integral y primitiva. Integrales generalizadas.</u>
La función integral y su derivada; integral indefinida. Regla de Barrow. Integrales generalizadas: intervalos infinitos y funciones no acotadas.

18. <u>Cálculo de primitivas.</u>
Primitivas inmediatas. Métodos generales de integración: por descomposición, por sustitución y por partes. Aplicación a la integral definida. Integración de clases particulares de funciones: racionales, irracionales algebraicas, racionales de las funciones circulares.