

## PROPIEDADES ELEMENTALES DE LOS NUMEROS REALES

Suma, producto y relación de orden en el conjunto de números reales. Propiedades: asociatividad, conmutatividad, ... consistencia de  $<$  respecto de la suma y el producto. Demostración de teoremas del tipo,  $(-a) \cdot (-b) = a \cdot b$ ,  $a \cdot 0 = 0$ , ..., etc. Valor absoluto.

## 2.- NUMERO NATURAL Y PRINCIPIO DE INDUCCION

Definiciones inductivas. Definiciones de  $a^n$ ,  $a \in \mathbb{R}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ,  $\sqrt[n]{a}$ ,  $0 < a \in \mathbb{R}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .  $a^{n/m}$ .

Teoremas relativos. Utilización del principio de inducción.

## 3.- ENTEROS, RACIONALES E IRRACIONALES

Divisibilidad en  $\mathbb{Z}$ : números primos, máximo común divisor y mínimo común múltiplo, algoritmo de división en  $\mathbb{Z}$ . Representación del máximo común divisor  $(m, n)$  de dos enteros  $m$  y  $n$  en la forma  $(m, n) = rm + sn$ . Teorema:  $p \in \mathbb{Z}$  es primo si y sólo si  $p/m \cdot n$  implica  $p/m$  ó  $p/n$ .

Teorema fundamental de la Aritmética. Enteros  $s$ -adicos. Congruencias. Factorial, números combinatorios. Fórmula del binomio. Interpretación de  $\binom{m}{n}$ . Números racionales e irracionales. Demostración de la irracionalidad de números reales del tipo  $\sqrt[n]{a}$ ,  $0 < a \in \mathbb{Q}$ .

4.- POLINOMIOS CON COEFICIENTES EN  $\mathbb{R}$ , EN  $\mathbb{Q}$  Y EN  $\mathbb{Z}$ 

Definición, suma producto. Grado. Algoritmo de división. Divisibilidad. Máximo común divisor  $(P, S)$  de polinomios  $P$  y  $S$ . Existencia y representación en la forma  $(P, S) = H \cdot P + L \cdot S$ .

Polinomios irreducibles. Polinomios co-primos. Polinomios irreducibles en  $\mathbb{R}[X]$ . Raíces, simples y múltiples. Criterio de multiplicidad por medio del derivado. Polinomios con coeficientes enteros. Teorema de Gauss.

## 5.- NUMEROS COMPLEJOS

Congruencias en  $\mathbb{R}[X]$ . Definición de números complejos, Su representación como pares ordenados de números reales. Propiedades de cuerpo de  $\mathbb{C}$ . Conjugado. Valor absoluto. Desigualdad de Minkowski. Polinomios complejos. Resolución de ecuaciones de segundo grado con coeficientes en  $\mathbb{R}$ . Fórmula de DEMOIVRE para exponente entero y racional. Raíces de números complejos. Enunciado del teorema fundamental del álgebra. Número de raíces de un polinomio de grado  $n$ . Grupo de raíces  $n$ -simas de la unidad.

## 6.- APLICACIONES ENTRE CONJUNTOS

Composición de aplicaciones. Aplicaciones inyectivas, suryectivas y biyectivas. Aplicación inversa de una aplicación biyectiva.

## 7.- ESPACIOS VECTORIALES, SOBRE UN CUERPO

Definición y muchos ejemplos. Espacios vectoriales de aplicaciones.  $K^X$ ,  $K^n$ , espacios vectoriales de matrices,  $K^{n \times m}$ . Subespacios. Sistemas lineales homogéneos. Subespacio de soluciones. Sistemas lineales, resolubilidad.

## 8.- TRANSFORMACIONES LINEALES

Definición y ejemplos. Núcleo e imagen de una transformación lineal. Monomorfismos, epimorfismos, isomorfismos, endomorfismos, automorfismos.  $\text{Aut}(V)$ .

## 9.- DEPENDENCIA E INDEPENDENCIA LINEAL, BASES

Definiciones correspondientes. Dependencia e independencia lineal en  $K^n$ . Espaci

dimensión finita. Teorema de extensión de conjuntos linealmente independientes a base de espacio.

Teorema sobre la dimensión del núcleo e imagen de una transformación lineal. Dimensión del espacio de soluciones de un sistema lineal homogéneo. Rango de una matriz.

#### 10.- MATRIZ DE UNA TRANSFORMACION LINEAL

Definición y ejemplos. Composición de transformaciones lineales. Matriz asociada. Producto de matrices. Álgebra de matrices y endomorfismos. Matriz singular. Matriz inversible.  $GL(n, K)$ . Valores y vectores propios de una matriz.

#### 11.- DETERMINANTES

Definición. Propiedades. Existencia y unicidad. Desarrollo por filas y columnas. Matriz adjunta. Criterio de existencia de inversa. Determinante de Vandermonde. Regla de Cramer.

Profesor Enzo R. Gentile