

- I. Eventos, operaciones conjuntistas. Probabilidad: definición y resultados fundamentales. Espacios de probabilidad.
- II. Teoría <sup>clara</sup> de extensión de Caratheodory. Semialgebras de Boole. Clases compactas. Funciones de repartición.
- III. Integración de variables aleatorias. Aplicaciones medibles. Esperanza. Lema de Fatou-Lebesgue.
- IV. Convergencia casi segura y en probabilidad. Teorema de Egoroff. Equi-integrabilidad y convergencia en media de orden 1. Criterio de Cauchy.
- V. Espacios  $L^p$ . Integración en espacios topológicos. La integral como funcional lineal.
- VI. Producto de espacios medibles. Probabilidades de transición y probabilidades producto. Productos infinitos y medidas en ellos. Teorema de Ionescu-Tulcea. Teorema de Kolmogorov. Espacios de probabilidad canónicos asociados a variables aleatorias (espacios muestra).
- VII. Funciones aleatorias. Separabilidad. Funciones equivalentes. Teorema de Doob. Continuidad de funciones aleatorias. Funciones aleatorias medibles. Tiempos de paro. Modificación de una función aleatoria por un tiempo de paro.
- VIII. Medidas. Teorema de descomposición de Lebesgue. Teorema de Radon-Nikodym. Dualidad de los espacios  $L^p$ . Teorema de Vitali-Hahn-Saks.
- IX. Esperanzas condicionales. Independencia. Lema de Borel-Cantelli. Martingalas y submartingalas. Desigualdad fundamental. Discontinuidad de segunda especie. Trayectorias de una submartingala. Regularización de una submartingala. Modificación de una submartingala por un tiempo de paro.
- X. Series centradas de variables aleatorias. Ley de los grandes números. Comportamiento en el conjunto de divergencia de una serie centrada.
- XI. Probabilidades de transición. Construcción de procesos de Markov. Procesos estacionarios de Markov. Familias asintóticas y estacionarias. Endomorfismos casi compactos. Teorema ergódico fuerte. Operadores submarkovianos y markovianos. Operadores submarkovianos y markovianos. Operadores inducidos por una probabilidad de transición.

- - - - -