

## Programa de temas teóricos

Nociones de topología del plano y de espacios métricos. Compactos. Conexos. Conexión por arcos.

Funciones elementales de variable compleja. Transformaciones bilineales.

Algebra de series formales de potencias. Orden. Sustitución. Inversa multiplicativa. Derivada. Recíprocas.

Convergencia de series de potencias. Radio. Suma y multiplicación. Sustitución. Inversa. Derivación, coeficientes.

Exponencial y logaritmo. Exponencial real e imaginaria. Argumento. Logaritmo, sus determinaciones, desarrollo en serie.

Funciones analíticas. Analiticidad de una serie convergente en su círculo. Principio de prolongación analítica. Ceros, su orden, polos. Funciones meromorfas.

Integrales curvilíneas. Curvas diferenciables. Formas diferenciales, sus primitivas. Primitivas locales. Primitivas siguiendo un camino, una homotopía. Abiertos simplemente conexos. Índice de una curva cerrada, propiedades.

Funciones holomorfas. Condiciones. Funciones diferenciables. Uso de  $z$  y  $\bar{z}$ . Representación conforme, propiedades de funciones elementales.

Teorema de Cauchy. Fórmula integral. Desarrollo de Cauchy-Taylor. Teorema de Morera. Principio de simetría.

Desigualdad de Cauchy. Teorema de Lionville y aplicaciones. Propiedades de la media y del módulo máximo. Lema de Schwarz.

Serie de Laurent. Unicidad. Estudio de singularidades: polos y esenciales. Teorema de Weierstrass. Singularidades en el punto del infinito.

Residuos. Su cálculo. Número de ceros y polos de una función meromorfa. Rouché y consecuencias. La aplicación local dada por una función analítica. Cálculo de integrales por residuos.

Fórmula de Poisson. para la parte real de una función analítica. Funciones armónicas. Toda función armónica es... Propiedades del núcleo de Poisson. Solución del problema del potencial en el círculo.

\* Convergencia y regularidad de series de potencias sobre la circunferencia. Posición de las singularidades. Teoremas de Abel y Tauber para series reales, generalizaciones para el caso complejo. Tests para singularidades. Teorema de Hadamard para series lacunares.

Convergencia de funciones holomorfas. Propiedades de la función límite y de la derivada. Ceros, inyectividad.

Series de funciones meromorfas. Fracciones parciales.

Productos infinitos. Convergencia. Desarrollo de funciones enteras.

\* Topología de la convergencia uniforme sobre compactos. Metrización del espacio de funciones continuas. Conjuntos compactos de funciones holomorfas. Teorema de Riemann de representación conforme.

Ecuaciones diferenciales lineales en el campo complejo. Puntos ordinarios, teorema de Fuchs. Singularidades regulares, solución en un entorno, su convergencia. Solución en el entorno del infinito. Solución cuando la diferencia de los exponentes es entero. Las ecuaciones de Legendre y Bessel, propiedades de las soluciones.

-----

NOTA: los dos temas marcados \* no son obligatorios.

BIBLIOGRAFIA: Cartan, Ahlfors, Titchmarsh, Copson.