

FUNCIONES REALES I.

1. Conjuntos ordenados. Densidad, cotas y extremos, cortaduras. Completitud. Conjuntos ordenados máximamente densos. Números reales. Definición por cortaduras. Supremo e ínfimo. Límite inferior y superior de una sucesión. Teorema de encaje de Cantor. Definición de Weierstrass de los números reales. Sucesiones fundamentales. Teorema de Cauchy-Bolzano.
 2. Algebra de conjuntos. Anillos y σ -anillos. Conjuntos finitos e infinitos. Conjuntos numerables. Números cardinales. Teorema de Cantor-Bernstein. Operaciones con números cardinales. Potencia del conjunto de las partes de un conjunto.
 3. Espacios métricos. Espacios euclídeos. Espacios de sucesiones. Espacio de funciones continuas con métrica uniforme. Funciones acotadas. Espacios pseudométricos. Completitud. Convergencia. Sucesiones fundamentales y fuertemente fundamentales. Principio de encaje. Completación de espacios métricos. Categoría. Teorema de Baire. Teorema de punto fijo, aplicación a ecuaciones diferenciales.
Topología de espacios métricos. Abiertos, cerrados, entornos. Operaciones clausura e interior. Puntos de acumulación. Puntos aislados. Frontera. Conjunto derivado. Conjuntos perfectos. Conjunto ternario de Cantor.
 4. Compacidad. Conjuntos totalmente acotados. Teoremas de Bolzano-Weierstrass, de Heine-Borel y de Riesz-Hansdorff. Teorema de Ascoli-Arzelá. Conjuntos conexos. Estructura de los abiertos en la recta. Espacios separables. Primera y segunda condición de numerabilidad.
 5. Medida en \mathbb{R}^1 y \mathbb{R}^2 . Medida de intervalos. Medida elemental. Aditividad, σ -aditividad, regularidad, continuidad. Conjuntos medibles Lebesgue y Borel. Aproximación por conjuntos elementales. Propiedad de Caratheodory. Ejemplo de Vitali de conjuntos no medibles. Teorema de cubrimiento de Vitali.
 6. Funciones medibles. Lebesgue y Borel. Suma, diferencia, producto y cociente de funciones medibles. Límite puntual. Convergencia p.p. Convergencia en medida. Relación entre la convergencia pp. y en medida. Relación entre la convergencia/ Teorema de Egoroff. Teorema de Eusin.
 7. Integral de Lebesgue. Definición. Teorema de Hoppe Levi. Aditividad. Absoluta continuidad de la integral. Pasaje al límite bajo el signo de integral. Teorema de la convergencia mayorada de Lebesgue. Teorema de Weierstrass de la convergencia uniforme.
-