Mat. 2
1964

ANALISIS MATEMATICO III

PROGRAMA

2º Catrimestre 1964.

I-Introducción.

a) Topología del plano complejo. Arcos y curvas de Jordan. Conexión y conexión por arcos. Regiones. Esfera de Riemann.

b) Funciones derivables. Ecuaciones de Cauchy.-Riemann. Definición de función analítica. Condición suficiente de analiticidad. Ejemplos. Serie de potencias.

II- Teorema de Cauchy y consecuencias.

a) Definición de integral. Homotopía de curvas. Regiones simplemente conexas. Teorema de Cauchy para curvas homotópicamente nulas. Primitivas de funciones analíticas.

b) Indice de una curva con respecto a un punto. Fórmula de la integral de Cauchy. Valor principal de Cauchy. Fórmula de las derivadas. Funciones analíticas definidas por integrales. Teorema de Morera. Teorema de Weierstrasg de convergencia de funciones analíticas.

c) Serie de Taylor. Región de convergencia. Carácter aislado de los ceros. Teorema de unicidad de funciones analíticas. Desigualdad de Schwartz. Teorema de Liouville. Teorema fundamental del algebra. Serie de Laurent. Singularidades aisladas. Polos y puntos esenciales. Teorema de Casorati-Weierstrass.

III- Teorema de los residuos y aplicaciones.

a) Teorema de los residuos. Método de cálculo de residuos. Funciones meromorfas. Número de ceros y polos.

b) Teorema de Rouche. Teorema fundamental del algebra. Teorema de Hurwitz. Carácter abierto de las funciones analíticas. Teorema de módulo máximo. Lema de Schwarz.

c) Teorema de Mittag-Leffler. Ejemplos. Función P de Weierstrass. Funciones enteras. Producto canónico de Weierstrass. Ejemplos. Función Sigma de Weierstrass.

d) Funciones armónicas. Armonicidad de las funciones analíticas. Fórmula de Poisson. Producto de Blaschke. Fórmula de Jensen.

IV- Prolongación analítica y superficies de Riemann.

a) Elemento de función. Prolongación analítica directa. Frontera natural. Ejemplos: prolongación de la función Gamma.

b) Métodos de prolongación. Prolongación por serie de potencias. Propiedades. Principio de simetría de Schwarz. Prolongación por el método de Borel.

c) Prolongación por arcos. Teorema de monodromía.

d) Definición y ejemplos de superficies de Riemann de funciones analíticas. Puntos de ramificación. Superficies de Riemann de funciones algebraicas. Propiedades. Puntos algebraicos.

//

V- Representación conforme.

a) Funciones analíticas y representación conforme. Funciones simples. Propiedades. Holomorfismos.

b) Funciones homográficas. Propiedades. Transformaciones del disco unitario en sí mismo.

c) Teorema de Montel de compacidad. Teorema de Riemann de representación conforme.

VI- Funciones periódicas.

a) Funciones simple y doblemente periódicas. Serie de Fourier de funciones simplemente periódicas.

b) Funciones elípticas. Teorema de Liouville.

Bibliografía

Ahljors, L.: Complex Analysis.

Cartan, H.: Théorie Elémentaire des fonctions analytiques d'une ou plusieurs variables complexes.

- - - - -