

ALGEBRA (1964)

Profesor: Doctor Enzo R. Gentile

Mat. I
dup.

1. PROPIEDADES ELEMENTALES DE LOS NUMEROS REALES. Propiedades de la suma y producto. Consistencia de dichas operaciones con la relación de orden total en \mathbb{R} . Demostración de propiedades del tipo $a+b = a+c$ implica $b=c$, $a \cdot 0 = 0$, etc. Enunciado del teorema fundamental de la aritmética y su aplicación a demostración de irracionalidad de ciertas raíces.
2. POLINOMIOS. Definición, suma y producto. Propiedades de estas últimas. Teorema del algoritmo de división. Máximo común divisor. Polinomios coprimos. Polinomios irreducibles. Raíces de un polinomio. Divisibilidad. Polinomios con coeficientes enteros. Teorema de Gauss. Derivado y desarrollo de Taylor.
3. NUMEROS COMPLEJOS. Definición de cuerpo y extensión. Construcción del cuerpo de números complejos. Conjugado, valor absoluto de un número complejo. Desigualdad de Minkovski. Polinomios complejos. Teorema de De Moivre. Su interpretación en el caso de exponente racional. Representación de los números complejos. Enunciado del teorema fundamental del álgebra, y corolarios. El grupo de raíces n -ésimas de 1.
4. ALGEBRA DE CONJUNTOS. Relaciones de pertenencia e inclusión. Unión, intersección, diferencia simétrica, complemento, etc., teoremas relativos a estas operaciones. Producto cartesiano, aplicaciones.
5. RELACIONES. Reflexiva, simétrica, transitiva, antisimétrica, relaciones de orden. Relaciones de equivalencia. Teorema fundamental de las relaciones de equivalencia. Partición y relación de equivalencia asociada. Conjunto cociente. Congruencias en \mathbb{Z} .
6. PRINCIPIO DE INDUCCION. Conjuntos inductivos. Enunciado del principio de inducción. Aplicaciones. Definiciones por recurrencia. Principio de buena ordenación. Equivalencia con el principio de inducción. Factorial y coeficientes binomiales. Teorema binomial.
7. APLICACIONES. Definición y ejemplos. Funciones polinomiales, lineal, cuadrática y cúbica. Determinación de ceros. Aplicaciones inyectivas, suryectivas y biyectivas. Aplicación canónica $A \rightarrow A/\sim$. Composición de aplicaciones. Aplicación

inversa de una aplicación biyectiva. Transformaciones. Grupo de transformaciones. Grupo de permutaciones. Funciones reales.

8. CONJUNTOS FINITOS E INFINITOS. Coordinabilidad de conjuntos. Definición de conjuntos finitos. Teorema: $I_n \cong I_m$ si y sólo si $n = m$. Caracterización de los conjuntos infinitos. Idea de número cardinal.

9. ANALISIS COMBINATORIO. Variaciones. Variaciones sin repetición, combinaciones, interpretadas como aplicaciones entre conjuntos finitos. Aplicaciones crecientes, estrictamente crecientes y estrictamente crecientes por trazos. Problemas relativos.

10. ESPACIOS VECTORIALES. Definición. Ejemplos. Espacios vectoriales de aplicaciones, K^X , K^n . Espacios vectoriales de soluciones de sistemas lineales homogéneos. Conjuntos linealmente dependientes y linealmente independientes. Conjuntos linealmente dependientes maximales. Teorema de resolubilidad de un sistema lineal homogéneo de n ecuaciones con m incógnitas. Su relación con la dependencia lineal. Bases de un espacio vectorial. Teorema de la dimensión en K^n .

11. TRANSFORMACIONES LINEALES. Definición. Subespacios. Núcleo e imagen de una transformación lineal. Teorema de la dimensión relativo a una transformación lineal. Aplicación del mismo a la determinación de la dimensión del espacio de soluciones de un sistema homogéneo. Matriz de una transformación lineal.

$\text{Hom}_K(V, W)$. Isomorfismo de $\text{Hom}_K(V^n, V^m)$ con $K^{n \times m}$. Composición de transformaciones lineales y producto de matrices.

12. MATRICES Y DETERMINANTES. Matrices cuadradas y el álgebra de matrices cuadradas. Isomorfismo con el álgebra de endomorfismo de un espacio vectorial. Determinantes. Definición. Unicidad. Matrices no singulares. Propiedades del determinante. Grupo lineal general. Regla de Cramer.