M 3 1956

ANALISIS SUPERIOR, PRIMER CURSO

Programa analítico.

1. El campo complejo.- Cuerpo de los números complejos; estructura algebraica. Plano complejo y esfera de Riemann. Series numéricas y de potencias en el campo complejo. Conjuntos de puntos en el campo complejo; curvas, recintos y dominios.

2. Monogeneidad y holomorfismo.- Ecuaciones características. Condiciones de analiticidad de Goursat, Montel, Bohr y Menchoff. Semejanza infinitesimal. Condición suficiente de existencia de función inversa. Teorema de conservación de recintos. Funciones regulares y funciones armónicas. Teorema del módulo máximo.

3. Función homográfica.- Descomposición. Conservación de razones dobles en círculos. Transformación de recintos especiales en el círculo unidad. Imagen euclidiana de Poincaré de la Geometría no-euclidiana de Lobatchewsky. Transfoemaciones fuchsianas.

4. Integración en el campo complejo.- Integral curvilínea de una función analítica regular. Teoremas fundamentales; acotación; fórmula de Barrow. Curvas algebraicas, integrales abelianas y elípticas; curvas unicursales.

5. Teorema de Cauchy y consecuencias.- Aplicación a recintos simple y multiplemente conexos. Teorema de Cauchy-Goursat. Teorema de Morera. Fórmula de Cauchy y consecuencias. Aplicación del teorema de Cauchy al cálculo de integrales definidas.

6. Teoría de residuos y aplicaciones.- Residuo en un punto singular aislado y en un recinto. Caso de funciones racionales. Integrales de tipo Cauchy. Definición de funciones regulares mediante integrales. Expresión de las derivadas sucesivas de una función holomorfa. Monogeneidad en un recinto y analiticidad en el sentido de Weierstrass. Aplicaciones de la teoría de resíduos al cálculo de integrales definidas. Resíduo de la derivada logarítmica. Aplicaciones: teoremas de Rouché y de Hurwitz.

7. Singularidades.- Puntos singulares aislados, clasificación. Teorema de Cassoratti-Weierstrass. Clasificación de las funciones por sus singularidades. Teorema de Picard y direcciones J de Julia.

8. Desarrollos en series de potencias.- Desarrollo de Taylor. Singularidades periféricas; teoremas de Vivanti y Dienes. Desarrollo de Laurent. Aplicación a los puntos singulares aislados.

9. Prolongación analítica.- Método de Weierstrass. Elemento de función analítica. Ceros y teorema de identidad. Obtención de la función analítica completa por prolongación. Teorema de monodromía. Funciones con frontera natural. Series lacunares. Ultraconvergencia.

10. Univalencia y multivalencia de funciones analíticas.- Orden de multivalencia. Composición y paso al límite. Representación de círculos sobre dominios estrellados o convexos; teoremas de Alexander, Montel, Study y Spacek.

11. Representación conforme.- Representación de recintos particulares en el círculo unidad o en el semiplano superior. Teorema de unicidad para funciones univalentes. Teorema fundamental de la representación conforme. Representación de recintos multiplemente conexos. Aplicaciones a la teoría del potencial.

12. Ampliaciones y consecuencias del teorema del módulo máximo.- Lema de Schwarz y aplicaciones. Teorema de Liouville. Teorema fundamental de Álgebra. Teorema de convergencia de Vitali. Principio de acumulación de las funciones analíticas. Teorema de Montel. Funciones convexas; teorema de los tres círculos de Hadamard. Desigualdad de Carathéodory. Teoremas de Phragmén y Lindelöf.

13. Funciones multiformes.- Superficie de Riemann. Función logarítmica. Puntos de ramificación y distribución de valores de ln z. Funciones $\sqrt{z}$ y $\sqrt[n]{z}$. Función de Joukowski. Uniformación local y global. Teorema de Poincaré-Volterra; teorema de uniformación de Poincaré.

14. Otros desarrollos indefinidos.- Problema de Mittag-Leffler y desarrollo en serie de fracciones simples. Funciones enteras y desarrollo en producto infinito de Weierstrass. Series de polinomios, estrella de Mittag-Leffler. Integral de Laplace. Series de Dirichlet. Series lagunares, criterio de Fabry.

César [illegible]