1956

# PROGRAMA DE FUNCIONES REALES

(Para el curso universitario de 1956).

## I. NUMEROS, VARIABLES Y FUNCIONES.

El concepto de número natural y sus sucesivas ampliaciones. Números enteros, racionales y reales. Distintos modos de definir los números reales (Dedekind, Bertrand Russell, Capelli, Arzela). Isomorfismos aritméricos. Cotas y extremos de conjuntos numéricos. Variables reales. Funciones reales. Los números $+\infty$ y $-\infty$.

## II. CONCEPTO DE POTENCIA DE UN CONJUNTO INFINITO:

Conjuntos numerables. Potencia del continuo. Números algebraicos y trascendentes. El conjunto de todas las funciones reales no es numerable ni tiene la potencia del continuo. Igualdad, desigualdad y no comparabilidad de los números cardinales infinitos. La no acotabilidad de estos números. El axioma de Zermelo. Teorema de Cantor-Bernstein. Potencia del conjunto de todas las funciones continuas de variable real. Operaciones con números cardinales finitos e infinitos. Concepto de orden. Conjuntos ordenados. Tipos ordinales trasfinitos. Conjuntos bien ordenados. Principio de inducción trasfinita. Números ordinales trasfinitos.

## III. ESPACIOS METRICOS.

Definición. Nociones topológicas. El espacio enedimensional euclidiano es métrico en el sentido de Fréchet. Diámetros. Acotación de conjuntos de puntos. Conjuntos compactos y compactos en sí. Ejemplo de conjuntos acotados del espacio euclidiano. Teorema de Bolzano-Weierstrass. Puntos de condensación. Teorema de Lindelöf. Teorema de Borel-Lebesgue (o Heine) para conjuntos métricos compactos en sí.

## IV. CONTINUIDAD DE LAS FUNCIONES EN LOS ESPACIOS METRICOS.

Definición y propiedades. Teorema del máximo y mínimo absoluto. Funciones semicontinuas. Sus propiedades fundamentales. Teorema de Weierstrass para las funciones semicontinuas en espacios métricos compactos en sí. Continuidad uniforme. Rectificación de arcos regulares. Funciones de variación acotada. Arcos rectificables. Teorema de Jordán.

## V. CONJUNTOS COMPLETOS.

Definiciones. Conjuntos completos respecto de otro. Sumas y productos de conjuntos completos en un mismo conjunto. Condición necesaria y suficiente para la continuidad superior o inferior. Conjunto d puntos de nivel y en particular ceros de una función continua.

## VI. CONEXION.

Conjuntos conexos. Ejemplos. Teorema de Bolzano relativo a las funciones continuas definidas en conjuntos conexos. Condición necesaria y suficiente para la conexión de los conjuntos abiertos de $E_n$. Funciones monótonas en un intervalo, su continuidad.

## VII. LIMITES DE OSCILACION.

Teorema generalizado de Weierstrass para funciones reales cualesquiera definidas en conjuntos compactos. Teorema de Cauchy-Hadamard. Números derivados de Dini.

## VIII. MEDIDA DE CONJUNTOS.

El concepto de extensión de Jordan-Peano. Conjuntos medibles en sentido Jordan-Peano. Integrales superior e inferior de Darboux. Integral (simple o múltiple) en sentido de Riemann. Teorema de Darboux. Integral de Riemann.

## IX. MEDIDA DE BOREL-LEBES.

Medida de conjuntos de intervalos. Recubrimientos. Estructura de conjuntos abiertos. Conjuntos completos. Conjuntos medibles. Aditividad completa. Conjuntos medibles (B). Funciones de Baire.-

## X. FUNCIONES MEDIBLES.

La integral de Lebesgue. Integral de Stieltjes.

oooooooooOoooooooo Juan Blaquier

# BIBLIOGRAFIA


The Theory of Functions of Real Variable. por E.W.Hobson, ed. Harren Press Washington, 1950.

Questioni riguardanti le Matematiche Elementari, recogidas por F. Enriques ed. Zanichelli, Bologna 1928.

Introducción a la Matemática Superior, por A. Sagastume Berra, ed. C.Fisicomatemáticas. La Plata 1946.

Nombres Transfinis por W. Sierpinski, ed. Gauthier-Villars. París 1950.

Theory of Real Functions por J. E. Littlewood, ed. Dover, New York, 1954

Integrales de Lebesgue por C. de La Vallée Poussin, ed Gauthier-Villars. Paris 1954 (y la 1a. ed. de 1916).

Reelle Funktionen por H. Hahn, ed Akademische Verlagsgesellschaft, Leipzig 1932.

Abstract Set Theory por A.A. Fraenkel, ed North-Holland Publishing Company, Amsterdam 1953.

Mathematical Methodsof Statistics, por H. Cramer, ed. Princeton University Press, 1946.