2

Programa de ALGEBRA Y TOPOLOGIA, curso de 1956. 1956

M(2)

Capítulo I: Algebra de los espacios vectoriales.

Cuerpos valuados, propiedades elementales, valuaciones no arquimedianas. Espacios vectoriales sobre diversos cuerpos, ejemplos, espacios de transformaciones lineales. Subespacios, espacios producto, cociente y suma directa de espacios vectoriales. Independencia lineal, familias libres, existencia de bases. Dimensiòn finita, isomorfismo con los espacios euclideos. Dual y doble dual de un espacio vectorial. Hiperplanos y funcionales lineales. Inmersiòn canónica en el doble dual, comparación de sus dimensiones. Anulador de un conjunto, duales de cocientes y de subespacios. Conos, cono dual. Conjuntos convexos, polares de conjuntos.

Capítulo II: Espacios métricos.

Distancia y topología, esferas, entornos, sucesiones y filtros convergentes. Los espacios L_p y l_p son métricos, desigualdades de Hölder y Minkowski. Isometrías, homeomorfismos, funciones continuas. Productos de espacios métricos. Condiciones de numerabilidad, equivalencia con separabilidad en el caso métrico. Los espacios L_p y l_p son separables. Completidad y estructura uniforme. Topologías deducidas de estructuras uniformes, espacios completamente regulares, sus funciones reales continuas. Filtros de Cauchy, completación de espacios uniformes. Extensión de funciones uniformemente continuas. Los espacios L_p y l_p son completos. Los espacios uniformes de base numerable son metrizables. Teorema de Tietze, espacios normales, teorema de Urysohn. Propiedades de categoría, conjuntos ralos y magros, espacios de Baire. Los espacios métricos completos son de Baire. Categoría de las singularidades de funciones.

Capítulo III: Espacios normados reales y complejos.

Normas y seminormas. Funcional de Minkowski. Normas cocientes. Hiperplanos cerrados. Caso finito-dimensional, isomorfismo con euclídeos, compacidad local. Espacios de transformaciones lineales continuas, norma canónica, equivalencia entre acotación y equicontinuidad. Convergencia puntual, relaciones entre acotación puntual y uniforme. Transformaciones completamente continuas. Teoremas de Banach sobre bicontinuidad y gráfico cerrado, sus aplicaciones. Dual topológico de un espacio normado, topología débil, reflexividad. Duales de los espacios L_p y l_p, convexidad uniforme. Teorema de Riesz sobre el dual del espacio C. Teorema de Hahn-Banach y sus corolarios. Teorema de Bourbaki-Alaoglu, aplicación a reflexividad, teorema de Helly. Duales de subespacios y de espacios cocientes. Adjunto de un operador, existencia, igualdad de la norma. Conos y funcionales positivas, teorema de Krein-Shmulian. Puntos extremales, teorema de Krein-Milman.

Capítulo IV: Espacios de Hilbert.

Formas hermitianas positivas. Convexidad en espacios de Hilbert. Proyectores. Existencia de bases ortogonales, ortonormalización. Isomorfismo con el dual topológico. Operadores lineales acotados, topologías uniforme, fuerte y débil, sus duales. Operadores normales, autoadjuntos y unitarios. Representación espectral, propiedades de autovalores y autovectores. Espectro discreto y continuo, resolvente. Nociones sobre el caso no acotado. Nociones sobre álgebras de Banach y anillos débilmente cerrados de operadores.

Capítulo V: Espacios vectoriales topológicos generales.

Cómo se generalizan las propiedades de los espacios normados: isomorfismo con los euclideos para dimensión finita, teorema de Hahn-Banach, etc. Espacios localmente convexos. Dualidad, topologías compatibles, teoremas de Mackey. Toneles. Espacios de Fréchet, teoremas de categoría. Límites inductivos y proyectivos de espacios vectoriales topológicos. Espacios LF Distribuciones.

Bibliografía

Banach, S.: Théorie des opérations linéaires.
Bourbaki N.: Algébre Linéaire.
Structures uniformes.
Utilisation des nombres réels en topologie générale.
Espaces vectoriels topologiques. Caps. I, II, III, IV, V.
Glasmann-Achieser% Theorie der linearen Operatoren im Hilbert-Raum.
Jacobson N. : Modern Algebra, Vol. II.
Halmos, P.R.: Introduction to Hilbert space.
Hille E. : Functional analysis and semi-groups.
v. Sz. Nagy: Spektraldarstellung linearer Transformationen des Hilbertschen Raumes.

Oscar A. Varsavsky.