

Los incisos "a" se refieren a temas de geometría; los "b" a trigonometría.-

- 1.-a) Conceptos fundamentales, propiedades y aplicaciones de los elementos y figuras geométricas siguientes: Ángulos: ángulos adyacentes y opuestos por el vértice. Rectas paralelas y perpendiculares. Ángulos formados por dos rectas cortadas por una tercera. Triángulos. Suma de los ángulos interiores. Ángulo exterior. Relaciones entre los lados y los ángulos de un (mismo) triángulo. Casos de igualdad de triángulos. Lugares geométricos. Mediatriz de un segmento, bisectriz de un ángulo. Polígonos convexos. Suma de los ángulos interiores. Suma de los ángulos exteriores.- Igualdad de polígonos: criterio general. Cuadriláteros convexos: clasificación. Paralelogramos. Paralelogramos especiales: rectángulo, rombo, cuadrado. Centros y ejes de simetría; criterio geométrico general.- Trapecio: base media. Trapecio isósceles, eje de simetría. Romboide: propiedad de las diagonales.- Puntos notables de un triángulo; Incentro, Circuncentro, Baricentro. Ortocentro. Excén tros.-

- b) Ángulos: Generación, signo, medida de los ángulos, sistemas sexagesimal, centesimal y circular.-

Las funciones goniométricas: definiciones, relaciones entre las funciones goniométricas de un mismo ángulo. Fórmulas fundamentales. Relaciones entre las funciones goniométricas de ángulos complementarios, de ángulos que difieren en  $\pi$ , o en múltiplo de  $2\pi$ .-

Relaciones entre las funciones goniométricas de ángulos simétricos. Reducción de un ángulo al primer cuadrante.-

- 2.-a) Circunferencia y círculo: definiciones. Arcos. Ángulos centrales, sectores, relaciones entre arcos y cuerdas iguales o desiguales.-

Relaciones entre cuerdas y sus distancias al centro. Tres puntos no alineados determinan una circunferencia: teorema correspondiente.-

Intersecciones de rectas y circunferencias, recta exterior, secante y tangentes; Propiedades. Circunferencias exteriores, interiores, tangentes y secantes; propiedades.-

Ángulos inscritos y semi-inscritos: relación con el ángulo central correspondientes. Arco capaz de un ángulo construido sobre un segmento dado. Trazado de tangentes a una circunferencia desde un punto exterior y de tangentes exteriores o interiores comunes a dos circunferencias, Propiedades de los cuadriláteros inscritos y circunscriptos.-

Noción de equivalencia. Área de un paralelogramo, de un triángulo de un romboide y de un polígono: fórmulas.-

- b) Valores numéricos de las funciones trigonométricas de  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  y  $90^\circ$ . Tablas de valores numéricos de las funciones trigonométricas.-

Representación gráfica de las funciones trigonométricas en coordenadas cartesianas.-

- 3.-a) Segmentos proporcionales: Teorema de Thales. Colorario. Construcción de segmentos proporcionales. División de un segmento en un número cualquiera de partes iguales.-

Teoremas de la bisectriz interior y exterior de un ángulo, de un triángulo.-

Semejanzas de triángulos: Teorema fundamental. Enunciados de los casos de semejanza.-

Razón de semejanza. Razón de elementos secundarios homólogos.

Propiedad de las alturas (de un mismo triángulo).

Relaciones métricas entre los lados de un triángulo. Relacio

//



nes métricas en el triángulo rectángulo. Teorema de Pitágoras. Cuadrado del lado opuesto a un ángulo agudo, o a un ángulo obtuso en un triángulo.-

Segmento medio proporcional a otros dos segmentos dados.-

División de un segmento en media y extrema razón: analítica y geométricamente.-

Semejanza de polígonos: teorema fundamental. Razón de los perímetros de dos polígonos semejantes. Razón de las áreas de dos triángulos semejantes y de dos polígonos semejantes.-

Polígonos regulares. Cálculo del lado y de la apotema en función del radio.-

Relación entre el lado de un polígono regular y el duplo número de lados. Fórmula general. Relación entre los lados de los polígonos regulares inscriptos y circunscriptos de igual número de lados.

Circunferencia y arco rectificado. Longitud, de la circunferencia y de arcos de circunferencia. Área de un polígono regular. Área del círculo. Área de la corona, del sector, del segmento y del trapecio circular.-

- b) Resolución de triángulos rectángulos, de triángulos isósceles y de polígonos regulares.-

4.-a) Determinación del plano, diferentes casos.

Rectas y planos perpendiculares. Por un punto de una recta pasan en el espacio infinitas perpendiculares a dicha recta.

Si una recta es perpendicular a dos rectas de un plano que pasan por el punto de intersección, lo es a cualquier otra del plano que pasa por dicho punto. Todas las perpendiculares a una recta en un punto pertenecen a un mismo plano. Definición de recta y plano perpendiculares: condición necesaria y suficiente. Teorema de las tres perpendiculares.

Postulados de unicidad. Distancias de un punto a un plano. Segmentos oblicuos a un plano.

Posiciones relativas de dos rectas en el espacio. Rectas y planos paralelos: propiedades. Planos paralelos: propiedades.

Por un punto exterior a un plano pasa un plano y solo uno paralelo al dado: (teorema). Generalización en el espacio del teorema de Thales.

- b) Proyección de un segmento y de una poligonal sobre un eje.

Fórmulas relativas a las funciones trigonométricas de la suma y de la diferencia de dos ángulos. Fórmulas relativas a las funciones trigonométricas de la suma de tres.

Funciones trigonométricas del duplo y del triplo.

Funciones trigonométricas del ángulo medio dada una función del ángulo entero.

Resoluciones de ecuaciones trigonométricas sencillas.

5.-a) Ángulos diedros. Sección. Sección normal. Igualdad de las secciones normales de un diedro. Secciones igualmente inclinadas. Medida de un diedro. Postulados de la igualdad de diedros. Diedros adyacentes y opuestos por la arista. Diedros rectos agudos y obtusos. Diedros complementarios y suplementarios.-

Planos perpendiculares: propiedades. Si una recta es perpendicular a un plano, todo plano que pase por ella es perpendicular al primero. Por una recta no perpendicular a un plano pasa un solo plano perpendicular a éste.

Ángulo plano y ángulo diedro suplementarios: definición y teorema correspondiente.-

Proyección de un punto y de una recta sobre un plano. Ángulo de una recta y un plano: (definición y teoremas correspondientes).

- b) Transformar en producto la suma o la diferencia de dos senos de dos cosenos, de dos tangentes, de dos cotangentes, de dos



secantes, o de dos cosecantes. Transformar en producto expresiones de la forma:  $1 \pm \sin$  ;  $1 \pm \cos$  ;  $1 \pm \operatorname{tg}$  ;  $1 \pm \operatorname{cot}$  .

- 6.-a) Angulos triedros: definición. Relación entre las caras. Suma de las caras.

Triedros suplementarios: Definición y teorema correspondiente. Suma de los diedros de un triedro. Triedro iguales: enunciado de los casos de igualdad.

Angulo poliedros. Suma de las caras. Secciones paralelas. Teoremas correspondientes.

Pirámides: definición. Pirámide recta y pirámide regular. Troncos de pirámide.

Prismas: definición. Prisma recto y prisma regular.

Paralelepípedos: definición. Diagonales de un paralelepípedo. Paralelepípedo rectángulo: propiedad de sus diagonales.

Romboedro. Romboedro recto: propiedad de sus planos diagonales.

Cubo. Elementos de simetría de los paralelepípedos.

Superficie cilíndrica circular: definiciones. Secciones normales, oblicuas y paralelas. Plano tangente. Cilindro.

Superficie cónica circular: definiciones. Secciones normales, oblicuas y paralelas. Plano tangente. Cono y tronco de cono.

Superficie esférica. Planos secantes, tangentes y exteriores. Rectas secantes, tangentes y exteriores. Esfera, circunferencia y círculos máximos y menores. Polos.

Cuatro puntos no pertenecientes a un mismo plano determinan una superficie esférica. Teorema.

Casquete y segmento esférico monobásico. Zona esférica y segmento bibásico. Sector esférico. Huso y cuña esférica. Anillo esférico.-

- b) Teoremas, del seno, del coseno, de las tangentes y de las funciones trigonométricas de los ángulos medios. Teorema del área y fórmula de Herón.

Resolución de triángulos oblicuángulos: Diferentes casos.

- 7.-a) Superficie lateral y total de un prisma recto, de un prisma oblicuo, de una pirámide cualquiera, de una pirámide regular y de un tronco de pirámide regular de bases paralelas.

Superficie lateral y total de un cilindro, de un cono y de un tronco de cono recto circular de bases paralelas.

Superficie engendrada por un a poligonal regular que gira alrededor de un eje perteneciente a un plano.

Superficie de la esfera, del casquete, de la zona y del huso esférico.-

- b) Calcular la distancia que no puede medirse directamente entre los puntos accesibles. Calcular la distancia de un punto accesible a otro inaccesible, pero visible desde el primero. Calcular la distancia entre dos puntos inaccesibles.

Cálculo de alturas. Problema de Pothot. Resolución analítica y geométrica, caso indeterminado.-

- 8.-a) La equivalencia de poliedros. Postulado de Cavalieri. Equivalencia de prismas.

Equivalencia de pirámides y de troncos de pirámides. Todo prisma triangular es equivalente a la suma de tres pirámides, equivalentes de bases y alturas iguales a la del prisma.

Todo tronco de pirámide triangular de bases paralelas es equivalente a la suma de tres pirámides de altura igual a la del tronco y que tiene por bases: la base mayor del mismo, la base menor y una media proporcional entre dichas bases.

Volúmen de un paralelepípedo rectángulo, de un cubo, de un prisma, de una pirámide y de un tronco de pirámide de bases paralelas.

Volúmen del cilindro, del cono y del tronco de cono de bases paralelas.-

///



Volúmen engendrado por un triángulo que gira alrededor de un eje de un plano que contiene a uno de sus vértices. Volúmen engendrado, por un sector poligonal regular que gira alrededor de un eje de su plano y que contiene a su centro.-

Volúmen de la esfera, volúmen de la cuña, del sector, del anillo y del segmento esférico.-

- b) Triángulos esféricos. Relaciones con el triedro central correspondientes, Exceso esférico. Triángulos esféricos suplementarios.

Teorema del área del triángulo esférico. Fórmula correspondiente.

Teorema del seno, teorema del coseno y teorema de las cotangentes.

Resolución de triángulos esféricos Rectángulos, en los diferentes casos, mediante el empleo de las fórmulas fundamentales.

Fórmulas logarítmicas correspondientes a las funciones de los ángulos y lados medios. Analógicas de Delambre y de Nepper.

Resolución de triángulos esféricos oblicuángulos en los diferentes casos.-

-o-o-o-o-o-

### EJERCICIOS

a) GEOMETRIA.-

- 1) Construcción de triángulos cualesquiera en que intervengan lados, ángulos, medianas, bisectrices, alturas, perímetros, circunradios, inradios y exradios.

Construcción de paralelogramos, trapecios.

Construcción con empleo del arco capaz. Uso de escalas.

- 2) Problemas aplicando semejanza de triángulos y relaciones métricas. Resolución de polígonos regulares. Cálculo del lado, apotema y área en función del radio. Cálculo de áreas de figuras planas.-

- 3) Cálculo de áreas y volúmenes de cuerpos prismáticos, piramidales, cilíndricos y cónicos.-

- 4) Cálculo de áreas y volúmenes de cuerpos esféricos: casquete, zona, segmento, sector, huso, cuña y anillo esférico.-

b) TRIGONOMETRIA.-

- 1) Medidas de ángulos en los diferentes sistemas. Transformación de un sistema a otro.

Ejercicios de reducción de un ángulo al primer cuadrante.

Dada una función calcular las demás funciones trigonométricas del mismo ángulo.

Verificación de identidades trigonométricas.-

- 2) Ejercicios con empleo de las tablas de valores numéricos y logarítmicos de las funciones trigonométricas.

Representación gráfica en coordenadas cartesianas de las funciones trigonométricas.-

- 3) Resolución de triángulos rectángulos, isósceles y polígonos regulares.-

- 4) Aplicación de la trigonometría al cálculo de áreas y volúmenes.

- 5) Cálculo de las funciones trigonométricas en función de otra de un ángulo múltiplo o submúltiplo.

Resolución de ecuaciones trigonométricas sencillas.

Transformaciones de sumas y restas de funciones trigonométricas en expresiones calculables por logaritmos.-

///



- 6) Resolución de triángulos oblicuángulos. Diferentes casos. Cálculos de los elementos principales: lados, ángulos y área.-
- 7) Aplicación de la trigonometría en la Resolución de Problemas prácticos, cálculo de distancias, alturas, etc., Problema de Pothenot.-
- 8) Resolución de triángulos esféricos rectángulos. Diferentes casos.
- 9) Resolución de triángulos oblicuángulos. Diferentes casos.-

=====oOo=====

# B I B L I O G R A F I A #

- ALZÁA y JAIME.- Elementos de Trigonometría.- (17.773)  
COPETTI.- Trigonometría.- (17.164)  
CABRERA y MEDICI.- Elementos de trigonometría.-  
HOBSON.- Plane Trigonometry.- (10.344)  
TODHUNTER and LEATHAM.- Spherical Trigonometry.- (9.510)

-----oOo-----