

MECANICA II

MECANICA DE LOS MEDIOS CONTINUOS Y DINAMICA DE LOS FLUIDOS

Programa Analítico del Curso
Prof. Dr. Fausto T.L. Gratton

I PARTE

FUNDAMENTOS DE LA MECANICA DE LOS MEDIOS CONTINUOS

1.- Las fuerzas que actúan en los medios continuos

1.1. Los objetivos de las teorías del continuo. La hipótesis del continuo: concepto matemático y criterios físicos. La densidad de masa.

1.2. Las fuerzas de volumen

La gravedad, las fuerzas electromagnéticas, las fuerzas de inercia, las fuerzas en sistemas no inerciales.

1.3. Las fuerzas de contacto: la hipótesis de Cauchy. Los esfuerzos internos.

2.- Los postulados de la mecánica de los medios continuos

2.1. Nociones históricas y de carácter heurístico sobre las leyes básicas. Los postulados de la resultante y del momento resultante. Las ecuaciones indefinidas.

2.2. Teorema del tetraedro de Cauchy. El principio de acción y reacción para los esfuerzos. Caracter tensorial del sistema de componentes de los esfuerzos. La simetría del tensor de esfuerzos.

3.- Tensores Cartesianos

3.1. Principio de invariancia de las leyes físicas. Las transformaciones ortogonales.

Tensores y pseudotensores. Producto tensorial o externo y producto interno. Representación de determinantes. Tensores isótopos de segundo y cuarto orden. El dual de tensores antisimétricos.

3.2. Tensores obtenidos por derivación. Transformaciones de integrales tensoriales.

3.3. Aplicaciones lineales de vectores. Descomposición de una aplicación en una dilatación y una axial. El dual de una axial. La cuádrlica asociada con la dilatación. La diagonalización y los invariantes lineal cuadrático y cúbico.

4.- El Cálculo Tensorial en coordenadas curvilíneas generales

4.1. Coordenadas curvilíneas generales.

Sistemas covariantes y contravariantes.

Vectores de base. Componentes covariantes y contravariantes de tensores. La métrica y el tensor métrico. Elementos de línea, superficie y volumen en coordenadas generales.

Algebra de tensores. Componentes físicos de vectores y tensores. Las densidades tensoriales.

4.2. Derivación de tensores. Los símbolos de Christoffel. La derivada covariante. Los operadores diferenciales tensoriales. El tensor de esfuerzos en coordenadas generales. Las ecuaciones de los medios continuos en coordenadas generales.

5.- Cinemática de los medios continuos

5.1. El axioma de continuidad del movimiento. Las transformaciones continuas y sus propiedades. Las descripciones Lagrangiana y Euleriana. Coordenadas materiales y actuales. Trayectorias y líneas de corriente. Velocidad y aceleración en las dos descripciones.

5.2. La derivada total. Expresión de la derivada total en base a operadores con definición intrínseca.

5.3. Análisis del campo de velocidades en el entorno de un punto de un medio continuo. La velocidad angular de rotación y la vorticidad. El tensor de la velocidad de la deformación. Cuádrica asociada: direcciones principales de la dilatación. La divergencia y el invariante lineal: las variaciones de volumen.

6.- Ecuaciones de continuidad y del Transporte

6.1. La conservación de la masa en la descripción material. La fórmula de Euler para la derivada del Jacobiano. Las ecuaciones de continuidad en la descripción euleriana. El vector flujo de masa.

6.2. Teorema del transporte. El flujo de la cantidad de movimiento. El teorema general de la energía. El trabajo de la deformación.

6.3. La derivada total del flujo de una magnitud vectorial a través de una superficie móvil (Teorema de Helmholtz).

7.- Teoría de la Deformación

7.1. Deformaciones finitas. El campo de corrientes. El tensor de la deformación. La métrica asociada a la deformación.

7.2. Cálculo de las variaciones de longitudes y ángulos en base al tensor de deformación. Significado físico de las componentes diagonales y no diagonales del tensor de deformación. Variaciones de volumen.

7.3. Linealización de las ecuaciones de la deformación. Relación entre los tensores de deformación y velocidad de deformación.

8.- Teoría del Potencial del Campo de velocidades.

8.1. Descomposición de un campo vectorial en campos irrotacionales y solenoidales (Teorema de Clebsch-Helmholtz). Potenciales escalares y vectoriales. Identidades integrales de Green. Solución de la ecuación de Poisson. Singularidades: Fuentes, sumideros, dipolos y filetes vorticosos. Velocidad inducida por filetes vorticosos.

Dr. M. J. MON
Dpto. de Física

8.2. Ecuación de Laplace. Problemas de Dirichlet y Neumann. Teoremas de unicidad. Distribuciones equivalentes de fuentes y dipolos sobre los contornos. Nociones sobre la función de Green.

8.3. Regiones no-simplemente conexas. Constantes cíclicas. Las barreras y el problema de la unicidad de la solución. Láminas dipolares y filetes verticales; equivalencia del potencial.

9.- Ecuaciones constitutivas

9.1. Propiedades elásticas y viscosas en medios simples. Consideraciones heurísticas para obtener las relaciones constitutivas de medios lineales e isotópicos en forma tensorial. Las ecuaciones de elasticidad lineal. Las ecuaciones de Navier-Stokes.

9.2. Matrices y tensores de segundo rango. Conmutatividad del producto y diagonalización simultánea de matrices. Polinomio y series tensoriales. Teorema de Cayley-Hamilton. La representación general de funciones tensoriales isotropas (Rivlin, Eringen).

9.3. Formulación axiomática del modelo de fluidos de Stokes. Dependencias polinomiales. Efectos no lineales. Diferencias entre fluidos compresibles e incompresibles.

10. Termodinámica de los medios continuos

10.1. Dificultades de la termodinámica clásica: "Termostática" y "termodinámica". Termodinámica y relaciones constitutivas. Formulación elemental del planteo moderno de la termodinámica (Coleman, Noll, Truesdell). Velocidad de variación de la energía interna. El máximo de la velocidad de calentamiento. La entropía. La desigualdad de Clausius-Duhem.

10.2. Ecuación de energía total en los medios continuos (ecuación de Neumann) Transporte del Calor. Función de disipación. Flujo de entropía y velocidad de producción de entropía.

10.3. Ecuación de la energía y desigualdad de Clausius-Duhem para fluidos de Stokes. Ecuaciones de evolución de la temperatura. La ecuación de Fourier para el transporte del calor.

11.- Formulación Axiomática de la Mecánica


El principio de objetividad material. Ecuaciones de los cambios de sistemas de referencia. Propiedades objetivas. El axioma de la objetividad del trabajo y la deducción de las leyes básicas de la mecánica (Noll).

Las ecuaciones constitutivas de primera y segunda especie. Las fuerzas de inercia consideradas como relaciones constitutivas de primera especie.

MS
Dra. M. C. SIMON
Departamento de Física

12. Análisis Dimensional

El principio de invariancia dimensional. Teorema básico sobre las funciones que representan las leyes de cambios de escala. El teorema fundamental del Análisis dimensional (Teorema de Buckingham). Los números adimensionales de la mecánica del continuo.


ra. MARIA C. SIMON
Directora
Departamento de Física

II Parte

APLICACIONES DE LA MECANICA DE LOS MEDIOS CONTINUOS

13. El modelo de fluidos ideales

- 13.1. Problemas de hidrostática. Equilibrio de atmósferas. Equilibrios de fluidos rotantes y autogrevidantes.
- 13.2. Teoremas del tipo de Bernoulli. Flujos irrotacionales no estacionarios de fluidos incompresibles.
Implosión y explosión con simetría esférica.
Flujos de gases en toberas. Cálculo de fuerzas ejercidos por fluidos sobre contornos utilizando el teorema del transporte de cantidad de movimiento y el teorema de Bernoulli.
- 13.3. Teoremas evolución de la vorticidad. La solución de Cauchy para la ecuación de la vorticidad. Teoremas de Lagrange. Teorema de Helmholtz sobre el flujo de la vorticidad. Conservación de la circulación.
- 13.4. Fuerzas sobre sólidos en flujos potenciales. El tensor de las masas aparentes. La Paradoja de D'Alembert.
- 13.5. Flujos planos. Métodos de variable compleja. Fórmula de Blasius. Sustentación y efecto Magnus. Teorema del círculo. Imágenes.
- 13.6. Transformaciones conformes. Perfiles Alares. Teoría del vuelo subsónico. Condición de Kutta-Joukowski.

14. Fluidos Viscosos

- 14.1. Resistencia de flujos en tubos. Flujos de Couette.
- 14.2. Ecuaciones de la difusión de la vorticidad.
Difusión de un vórtice.
- 14.3. Flujos lentos viscosos. Función de corriente para flujos con simetría axial. Problema de la esfera de Stokes. Esfera oscilante.
- 14.4. Nociones sobre la capa límite. Las ecuaciones de Prandtl. Capa límite de una placa plana.

15. Acústica

- 15.1. Pequeñas oscilaciones. Linealización de las ecuaciones de Euler. La ecuación de ondas.
Energía y cantidad de movimiento de las ondas sonoras.
- 15.2. Efecto Doppler. Vibraciones características de cavidades. Modos normales.
- 15.3. Método de las características. Ondas simples. Formación de las ondas de choque.
- 15.4. Ondas de Choque. Condiciones de Rankine-Hugoniot. Flujos supersónicos.

16. Elasticidad

Teoría lineal de la elasticidad. Energía potencial elástica. Medios isotrópicos.
Ondas elásticas.

17. Ondas en Líquidos


Ondas de gravedad en la superficie de los líquidos.

18. Magnetohidrodinámica

nociones introductorias a la Magnetohidrodinámica. El tensor de Maxwell. Transformación del campo eléctrico. Aproximación de conductividad infinita "Congelación" de las líneas de campo magnético en el plasma. Las ecuaciones simétricas de Elsasser. Ecuaciones de tipo de Bernoulli. Soluciones de equipartición. Ondas de Alfvén.

Bibliografía

- "Mechanics of Deformable Bodies" - A. Sommerfeld. Academic Press.
- "An Introduction to Fluid Dynamics" G.K. Batchelor. Cambridge, Univ. Press, 1970.
- "Vectores y Tensores" - L. Santaló. EUNSA, Buenos Aires.
- "Termodinámica Racional".- C. Truesdell. Reverté, Barcelona, 1973.
- "The Classical Field Theories, Handbuch der Physik, B.III/1".
C. Truesdell, R. Toupin
Springer-Verlag, Berlin 1960.
- "Mecánica de los Fluidos"
G. Moretti. Aeronáutica Argentina, Córdoba, 1956.
- "Mathematical Principles of Classical Fluid Mechanics, Handbuch der Physik",
J. Serrin
Springer-Verlag, Berlin.


Dra. MARIA C. SIMON
Directora
Departamento de Física