

2do. cuatrimestre 1971.-

Prof. Dr. Fausto T.L. Gratton

Programa de examen

Fundamentos de la Mecánica de los Medios Continuos

1. Cinemática de los Medios continuos

- 1.1 Descripción Lagrangiana y Euleriana. Condiciones de continuidad del movimiento. Derivada total. Trayectorias y líneas de flujo.
- 1.2. Hipótesis del continuo. Definición de densidad. Ecuación de continuidad Euleriana. Ecuación de continuidad Lagrangiana. La velocidad de variación del Volumen. Variación de una magnitud física asociada con un volumen móvil con el fluido.

2. Dinámica de los Medios Continuos

- 2.1. Fuerzas de volumen. Fuerzas de superficie. Definición de Esfuerzo. Hipótesis de Cauchy
- 2.2. Postulados de la dinámica de los medios continuos.
- 2.3. Teorema de Cauchy. Caracter tensorial de los componentes de los esfuerzos. Definición de Tensores Cartesianos. La simetría del Tensor de los Esfuerzos. Ecuaciones Indefinidas de la Mecánica de los medios continuos.
- 2.4. Definición de "fluido simple". Tensor de Esfuerzos para un fluido simple. Ley de Pascal. Equilibrio. Hidrostático. Atmósferas.

3. Tensores Cartesianos

- 3.1. Transformaciones unitarias y ortogonales.
Notación indicial. Tensores. Díodos. Productos externo e interno. Representación Cartesiana de Tensores Múltiples. Tensores definidos por derivación. Divergencia de un Tensor. Invariancia de las ecuaciones tensoriales.
- 3.2. Inversión de la orientación del espacio. Pseudo-vectores y Pseudotensores. Pseudotensor de Ricci-Levi Civita. Vector Dual. Producto vectorial. Rotor. Representación de determinantes mediante los símbolos de Levi-Civita. Tensores isótropos. Forma General del tensor isótropo de IV rango.

3.3. Homografías tensoriales. Aplicaciones lineales entre vectores. Homografía Axial y Dilatación. Diagonalización de un tensor simétrico. Invariantes: lineal, cuadrático y cúbico.

Descomposición de una Homografía en una Axial más una Dilatación.

3.4. Cuádrica asociada a una Dilatación. (Cuádrica de Cauchy). Cuádricas asociadas al tensor de esfuerzos. El Desviador y su cuádrica asociada.

4. Teoría de la Deformación

4.1. El Campo de corrimientos. Análisis de la deformación de un medio continuo. El tensor de deformación. Estiramientos relativos. Cizalladura. La dilatación y los invariantes del tensor de deformación. Deformaciones infinitesimales. Su elasticidad linearizada. El tensor de velocidad de variación de la deformación y su significado.

4.2. Análisis del campo de velocidades en el entorno de un punto. Rotación, dilatación y deformación pura. Cuádrica asociada al tensor de velocidad de deformación. Interpretación física del rotor de la velocidad. Movimientos irrotacionales y movimientos selenoidales. Potencial de velocidades.

5. Flúidos Ideales

5.1. Objetivos y limitaciones de la teoría de flúidos ideales. Definición de la Presión Mecánica. Flujos adiabáticos e isoentrópicos. Las ecuaciones de Euler.

5.2. Integrales primeras de la Ecuación de Euler. Teoremas de la Energía. Flujos estacionarios. Flujos irrotacionales.

5.3. Teorema de Hlmholtz. Conservación del flujo de la vorticidad. Congelación de las líneas de vorticidad en la materia. Algunos resultados experimentales sobre la generación de vorticidad. Las Presiones impulsivas

Potencial de velocidades

6. Teoría del Potencial

6.1. Potencial escalar. Integración de la ecuación de Poisson. Singularidades elementales, Fuentes, Dipólos, Cuadrupolos. Función de corriente en problemas con simetría axial. Distribuciones superficiales de dipolos. Flujos Planos.

6.2. Lemas de Green. Teorema de la Energía.

Problemas de Dirichlet y de Neumann. Regiones simplemente conexas.
Teoremas de Unicidad. Sólidos fijos e en movimiento.
Idea elemental de la función de Green.
Los contornos sólidos, como distribución equivalente de fuentes y dipolos.

6.3. Potencial vectorial. Integración de la ecuación del potencial vectorial. Velocidad inducida. Filete vorticoso. Analogía electromagnética. Potenciales polivalentes. Superficie dipolar equivalente al filete vorticoso.

6.4. Determinación del campo de velocidades dado el rotor y la divergencia.

7. Propiedades Fenomenológicas de los Medios Materiales

7.1. Líquidos. Viscosidad. Flujo Laminar de Poiseuille.

Curvas de Consistencia. Fluidos Newtonianos.
Anomalías de la viscosidad.

7.2. Sólidos. Ensayos de tracción. Módulo de Young. Cociente de

Poisson. Límite plástico e histéresis.
Ensayo de Torsión. Módulo de Rigidez.

7.3. Compresibilidad en sólidos, líquidos y gases. Velocidad del sonido.

Segunda viscosidad.

8. Ecuaciones Constitutivas de los Medios Materiales

8.1. Ecuación Rheológica general. Relaciones locales a primer orden. Medios isótropos.

8.2. Relación Constitutiva para los medios elásticos isótropos. La ecuación dinámica para sólidos elásticos. Relaciones entre los módulos elásticos y su significado físico.

8.3. Relación constitutiva para los fluidos newtonianos.

Relación entre presión mecánica y presión de equilibrio. Desviador de un fluido en movimiento. Las ecuaciones de Navier-Stokes.

8.4. Viscoelasticidad. Modelos rheológicos.

Sólido de Kelvin. Viscosidad en sólidos y deslizamiento. Fluido de Maxwell.

Fenómenos de relajación: Ecuaciones constitutivas de los medios viscoelásticos.

9. Termoelasticidad

Termoelasticidad lineal. Expansión térmica libre. Energía elástica. Termodinámica de un medio elástico, Energía libre. Función de Gibbs. Cálculo de la entropía a primer orden. Relación constitutiva para procesos adiabáticos.

10. Ecuación de la Energía para fluidos

Definición de las variables termodinámicas para un fluido en movimiento. Balance energético para un volumen móvil de fluido. Trabajo de deformación. Función de disipación. Diversas formas de la ecuación de energía.

Aplicaciones de la Mecánica de los Medios Continuos

11. Teorema de flujo de la Cantidad de Movimiento

Tensor flujo de la cantidad de Movimiento.

Fuerzas sobre sólidos. Problemas estacionarios: embocadura de Borda, teoría elemental de la hélice, etc. Movimientos irrotacionales: teoría de la explosión submarina, movimiento de una esfera, etc.

12. Flujos Planos

12.1. Condiciones de Cauchy-Riemann. Teorema de Cauchy

Potencial y velocidad complejos. Fuentes y vórtices en dos dimensiones. Integral del potencial completo: circulación y caudal. Condiciones de contorno para cilindros móviles o embestidos por una corriente uniforme. Cilindro circular con y sin circulación.

12.2. Fuerza que actúa sobre un cuerpo sumergido.

Fórmulas de Blasius, La Paradoja de D'Alembert.

Fuerzas de Magnus. Fórmula de Kutta-Joukowski.

12.3. Teorema del círculo. Transformaciones conformes.

Transformación de Joukowski y sus propiedades.

13. Teoría del Vuelo

13.1. Resultados Experimentales. Coeficientes de Sustentación y de Resistencia. Influencia del ángulo de ataque, y del cociente de aspecto. Combadura y perfil alar.

13.2. Perfiles alares mediante la transformación de Joukowski. Generación de circulación. Vórtice de arranque. Hipótesis de Kutta-Joukowski. Cálculo del coeficiente de sustentación para perfiles alares.

13.3. Resistencia Inducida y resistencia de Perfil. Teoría de Prandtl de la resistencia inducida para un ala de avión Estela y densidad de vorticidad en la estela. Distribución elíptica. Fórmula de Prandtl para el ala elíptica.

14. Ondas en Gases

14.1. Ondas acústicas. Condensación. Compresibilidad.

Ondas planas en variables Lagrangianas.

Hipótesis de pequeñas amplitudes. Ecuación de D'Alambert. Ondas progresivas y regresivas.

Condiciones iniciales.

14.2. Ondas armónicas. Flujo de Energía. Densidad de energía de la onda.

14.3. Teorema de la integral de Fourier. Principio de superposición.

Ondas acústicas en tres dimensiones. Solución del problema de valores iniciales en tres dimensiones.

14.4. Modos normales de oscilación. Oscilaciones forzadas.

Relación de dispersión. Ondas estacionarias.

Ecuación de Helmholtz.

Modos normales en una caja. Solución del problema de valores iniciales por superposición de ondas estacionarias.

15. Ondas en sólidos

Ondas Longitudinales y Transversales. Descomposición de la onda elástica en una parte irrotacional y una solenoidal. Ondas planas monocromáticas.

Reflexión de ondas elásticas.

16. Ondas de Superficie en Líquidos

16.1. Ondas de gravedad en aguas profundas. Propiedades y trayectorias. Relación de dispersión.

16.2. Ondas en aguas poco profundas. Velocidad de propagación y su dependencia de la amplitud.

16.3. Solución de la ecuación de Laplace con condiciones de contorno variables en el tiempo. El problema de dos fluidos superpuestos en movimiento relativo. Condiciones de contorno sobre la superficie de separación.

Relación dispersión.

16.4. La Inestabilidad de Rayleigh-Taylor
La Inestabilidad de Kelvin-Helmholtz

Bibliografía

1. A. Sommerfeld, Mechanics of Deformable Bodies. New York (1964)
2. G.K. Batchelor, Introductions to Fluid Dynamics, Cambridge (1967)
3. L. Landau, E.Lifshitz, Théorie de L'elasticité Moscou (1967)
4. Prudtl-Tietjeus, Fundamentals and Applied Hydro-Aerodynamics, New York (1957)
5. G. Moretti, Mecánica de los Fluidos, Aeronáutica Argentina, Córdoba (1956)
6. L. Santaló, Vectores y Tensores. Buenos Aires (1961)
7. A. Cottrell, The Mechanical Properties of Matter, New York (1964)
8. W. Flügge, Viscoelasticity, London (1964)
9. L. Landau, E. Lifshitz, Fluid Mechanics. London (1963)