



Universidad de Buenos Aires
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Planilla a completar para presentación de Cursos de Posgrado

1.- DEPARTAMENTO de COMPUTACIÓN

2.- NOMBRE DEL CURSO: Grafos y órdenes: reconocimiento, representación y algoritmos

3.- DOCENTES:

RESPONSABLE/S: Francisco Soullignac.....

COLABORADORES:

AUXILIARES:

4.- CARRERA de DOCTORADO

5.- AÑO: 2016

CUATRIMESTRE/S: Verano

6.- PUNTAJE PROPUESTO PARA CARRERA DE DOCTORADO: 2 puntos

7.- DURACIÓN (anual, cuatrimestral, bimestral u otra): Cuatrimestral

8.- CARGA HORARIA SEMANAL:

Teóricas:

Problemas:

Laboratorio:

Seminarios:

Teórico – Práctico: 8 horas.....

Salida a Campo:

9.- CARGA HORARIA TOTAL: 32 horas

10.- FORMA DE EVALUACIÓN: resolución de ejercicios prácticos/de implementación de algoritmos con entrega semanal obligatoria. Trabajos prácticos con examen teórico-práctico parcial. Nota final con una monografía que profundice en el estado de la cuestión de uno de los temas desarrollados, o implementación de alguno de los algoritmos vistos.

11.- PROGRAMA ANALÍTICO:

Fundamentos

Comparar es un proceso natural de los seres humanos, ya sea para tomar decisiones (e.g., mayor ganancia, menor costo), observar objetos en un espacio o tiempo (e.g., nació antes, está detrás), clasificar percepciones (e.g., más brillante, más lindo), o cualquier actividad que involucre catalogar y discernir. Hay tres resultados posibles al comparar a con b : 1. a es "menor" a b ($a < b$), 2. b es "menor" a a ($b < a$), o 3. ni 1. ni 2, en cuyo caso a y b son "iguales" o "indistinguibles" ($a \sim b$). En muchos modelos matemáticos se asume que \sim es una relación de equivalencia y, por lo tanto, \sim es transitiva (si $a \sim b$ y $b \sim c$, entonces $a \sim c$). Si bien esta propiedad puede resultar intuitivamente natural, la realidad práctica es más compleja por dos cuestiones fundamentales. Primero, porque la transitividad implica un grado de discernimiento absoluto, algo que podría no ser cierto para un observador particular (quizá no podemos una separación de un milímetro pero sí una separación de un metro). Segundo, porque no siempre queremos distinguir entre objetos que son distinguibles (me da lo mismo gastar \$10 más, pero no me es indiferente gastar \$1000 más). Los semiórdenes son los órdenes que surgen cuando eliminamos el requerimiento de que \sim sea transitivo. En su lugar, dos objetos son considerados "indistinguibles" cuando la diferencia está por debajo de un cierto umbral.

Al igual que ocurre con los semiórdenes, otros tipos de ordenamientos son posibles cuando uno relaja las condiciones de la relación de comparación. Por ejemplo, al comparar eventos a y b que transcurren en el tiempo, $a < b$ cuando a termina antes que b empiece, lo que da lugar a la noción de igualdad $a \sim b$ cuando a y b tienen intersección no vacía. Estos órdenes se conocen con el nombre de órdenes de intervalos y son una generalización de los semiórdenes. De la misma forma, uno puede suponer que algunos elementos no son comparables (orden parcial) o que el ordenamiento es circular.

Una forma razonable de representar $<$, o cualquier otra relación binaria finita (la materia considera el caso finito únicamente), es usando un digrafo donde $a \rightarrow b$ si $a < b$. Una pregunta natural es determinar si un grafo (no dirigido) puede ser orientado como uno de los digrafos que surgen de algún orden. Esta pregunta es particularmente interesante cuando uno sabe (o presupone y quiere testear) que los elementos deben estar ordenados, pero desconoce cuál es el orden. La noción de grafos orientables de acuerdo a un orden ha dado origen a una amplia literatura científica con muchas aplicaciones prácticas.

En el currículum de la carrera se estudia el problema de ordenamiento clásico (donde $<$ es un orden y \sim es de equivalencia) y algunos problemas de teoría algorítmica de grafos. El objetivo de la presente materia es estudiar otros tipos de órdenes, y sus grafos correspondientes, también desde un punto de vista algorítmico. La materia hará especial hincapié en los semiórdenes (y los grafos de intervalos unitarios), los órdenes de intervalos (y los grafos de intervalos), y algunas generalizaciones que surgen al considerar órdenes circulares y órdenes por eliminación. Asimismo, la materia se centrará en cuatro clases de problemas para cada uno de estos órdenes: reconocimiento (¿cuándo un grafo (relación binaria) puede asociarse a un tipo de orden?), representación (¿cómo se puede encontrar un orden particular para un grafo dado?), enumeración (¿cómo se pueden encontrar todos los órdenes de algún tipo para un grafo dado?) y aplicaciones (¿cómo se puede explotar la representación para resolver distintos problemas?). Asimismo, la materia incluirá varios problemas reales que se modelan con estos órdenes y grafos particulares.

Objetivos



La materia busca transmitir:

1. otros tipos de órdenes con aplicaciones en Cs. de la Computación. Si bien el problema de ordenamiento clásico tiene un papel central dentro de la carrera, y se estudia y aplica en distintas materias, no se profundiza en otro tipo de órdenes. En la materia mostraremos distintas aplicaciones que involucran resolver problemas de ordenamiento particulares.
2. cómo se puede estudiar órdenes desde un punto de vista estructural usando teoría de grafos. Observando que los grafos modelan cualquier tipo de relación binaria (finita), podemos estudiar qué relaciones generales pueden ser ordenadas de acuerdo a las distintas propiedades que tenga el orden. Esto nos permite ver a los órdenes como objetos combinatorios con una estructura particular. A partir de este análisis, se pueden encontrar propiedades que conduzcan a algoritmos más eficientes.
3. por qué son importantes los problemas de reconocimiento y representación sobre grafos. El problema de reconocimiento consiste en determinar si un elemento dado (grafos en nuestro caso) satisface alguna propiedad. Para aquellos que satisfacen la propiedad, se busca una representación eficiente que pueda ser explotada en soluciones algorítmicas.
4. algunas herramientas algorítmicas generales que son aplicables a distintos problemas. En la materia veremos distintas herramientas algorítmicas que se pueden aplicar a diversos problemas, más allá de los problemas de ordenamientos. Entre ellas, el recorrido LexBFS, la estructura de árboles PQ, la estructura h -grafo y la descomposición modular.

Contenidos mínimos

1. Semiórdenes y grafos de intervalos unitarios: axiomas, preferencia e indiferencia, reconocimiento, representación, representación minimal, aplicaciones.
2. Órdenes y grafos de intervalos: axiomas, reconocimiento, representación, ordenamiento de cliques, matrices con 1's consecutivos, propiedad de Helly, árboles PQ, dimensión de intervalos de un orden parcial, aplicaciones.
3. Grafos definidos por órdenes de eliminación: comparabilidad (eliminación transitiva), grafos cordales (eliminación perfecta), grafos cop-win (desmantelamiento), grafos strongly-chordal (eliminación simple), grafos bipartitos de eliminación perfecta; reconocimiento, representación, multiplicación de matrices, estructura h -grafo, aplicaciones.

12.- BIBLIOGRAFÍA:

Basica

- [1] Peter C. Fishburn. Interval orders and interval graphs. Wiley-Interscience Series in Discrete Mathematics. John Wiley & Sons Ltd., Chichester, 1985. A study of partially ordered sets, A Wiley-Interscience Publication.
- [2] Martin Charles Golumbic. Algorithmic graph theory and perfect graphs, volume 57 of Annals of Discrete Mathematics. Elsevier Science B.V., Amsterdam, second edition, 2004. With a foreword by Claude Berge.
- [3] Nelson Goodman. The Structure of Appearance. Boston Studies in the Philosophy and History of Science. Springer Netherlands, 3rd edition, 1977.
- [4] Min Chih Lin, Francisco J. Soullignac, and Jayme L. Szwarcfiter. Arboricity, h -index, and dynamic algorithms. Theoret. Comput. Sci., 426/427:75–90, 2012.

- [5] R. Duncan Luce. Semiorders and a theory of utility discrimination. *Econometrica*, 24:178–191, 1956.
- [6] M. Pirlot and Ph. Vincke. *Semiorders*, volume 36 of Theory and Decision Library. Series B: Mathematical and Statistical Methods. Kluwer Academic Publishers Group, Dordrecht, 1997. Properties, representations, applications.


Bibliografia adicional

- [7] Jørgen Bang-Jensen and Gregory Gutin. *Digraphs*. Springer Monographs in Mathematics. Springer-Verlag London, Ltd., London, second edition, 2009. Theory, algorithms and applications.
- [8] Seymour Benzer. On the topology of the genetic fine structure. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, 45(11):1607–1620, November 1959.
- [9] Kenneth P. Bogart and Douglas B. West. A short proof that “proper = unit”. *Discrete Math.*, 201(1-3):21–23, 1999.
- [10] Kellogg S. Booth and George S. Lueker. Testing for the consecutive ones property, interval graphs, and graph planarity using PQ-tree algorithms. *J. Comput. System Sci.*, 13(3):335–379, 1976. Working Papers presented at the ACM-SIGACT Symposium on the Theory of Computing (Albuquerque, N. M., 1975).
- [11] Norishige Chiba and Takao Nishizeki. Arboricity and subgraph listing algorithms. *SIAM J. Comput.*, 14(1):210–223, 1985.
- [12] Derek G. Corneil, Hiryoung Kim, Sridhar Natarajan, Stephan Olariu, and Alan P. Sprague. Simple linear time recognition of unit interval graphs. *Inform. Process. Lett.*, 55(2):99–104, 1995.
- [13] Vítor Costa, Simone Dantas, David Sankoff, and Ximing Xu. Gene clusters as intersections of powers of paths. *J. Braz. Comput. Soc.*, 18(2):129–136, 2012.
- [14] Xiaotie Deng, Pavol Hell, and Jing Huang. Linear-time representation algorithms for proper circular-arc graphs and proper interval graphs. *SIAM J. Comput.*, 25(2):390–403, 1996.
- [15] Guy Even and Shimon Shahar. Scheduling of a smart antenna: Capacitated coloring of unit circular-arc graphs. In *Combinatorial and Algorithmic Aspects of Networking*, volume 4235 of *Lecture Notes in Comput. Sci.*, pages 58–71. Springer Berlin Heidelberg, 2006.
- [16] N. J. Fine and R. Harrop. Uniformization of linear arrays. *J. Symb. Logic*, 22:130–140, 1957.
- [17] F. Gavril. Algorithms on circular-arc graphs. *Networks*, 4:357–369, 1974.
- [18] Frank Harary. A graph theoretic approach to similarity relations. *Psychometrika*, 29:143–151, 1964.
- [19] Pavol Hell and Jing Huang. Interval bigraphs and circular arc graphs. *J. Graph Theory*, 46(4):313–327, 2004.
- [20] Pavol Hell, Ron Shamir, and Roded Sharan. A fully dynamic algorithm for recognizing and representing proper interval graphs. *SIAM J. Comput.*, 31(1):289–305 (electronic), 2001.
- [21] Wen Lian Hsu. A simple test for interval graphs. In E. W. Mayr, editor, *Graph-theoretic concepts in computer science (Wiesbaden-Naurod, 1992)*, volume 657 of *Lecture Notes in Comput. Sci.*, pages 11–16. Springer, Berlin, 1993.
- [22] Wen-Lian Hsu and Ross M. McConnell. PC trees and circular-ones arrangements. *Theoret. Comput. Sci.*, 296(1):99–116, 2003. *Computing and combinatorics (Guilin, 2001)*.



- [23] Wen Lian Hsu and Kuo-Hui Tsai. Linear time algorithms on circular-arc graphs. *Inform. Process. Lett.*, 40(3):123–129, 1991.
- [24] Jing Huang. On the structure of local tournaments. *J. Combin. Theory Ser. B*, 63(2):200–221, 1995.
- [25] Benson Joeris, Min Lin, Ross McConnell, Jeremy Spinrad, and Jayme Szwarcfiter. Linear-time recognition of Helly circular-arc models and graphs. *Algorithmica*, 59:215–239, 2011.
- [26] Haim Kaplan and Yahav Nussbaum. Certifying algorithms for recognizing proper circular-arc graphs and unit circular-arc graphs. *Discrete Appl. Math.*, 157(15):3216–3230, 2009.
- [27] Haim Kaplan and Yahav Nussbaum. A simpler linear-time recognition of circular-arc graphs. *Algorithmica*, 61(3):694–737, 2011.
- [28] Ton Kloks, Dieter Kratsch, and Haiko Müller. Finding and counting small induced subgraphs efficiently. *Inform. Process. Lett.*, 74(3-4):115–121, 2000.
- [29] Johannes Köbler, Sebastian Kuhnert, Bastian Laubner, and Oleg Verbitsky. Interval graphs: canonical representations in logspace. *SIAM J. Comput.*, 40(5):1292–1315, 2011.
- [30] Johannes Köbler, Sebastian Kuhnert, and Oleg Verbitsky. Solving the canonical representation and star system problems for proper circular-arc graphs in log-space. *CoRR*, abs/1202.4406v5, 2013.
- [31] C. G. Lekkerkerker and J. Ch. Boland. Representation of a finite graph by a set of intervals on the real line. *Fund. Math.*, 51:45–64, 1962/1963.
- [32] Min Chih Lin, Dieter Rautenbach, Francisco Juan Soullignac, and Jayme Luiz Szwarcfiter. Powers of cycles, powers of paths, and distance graphs. *Discrete Appl. Math.*, 159(7):621–627, 2011.
- [33] Min Chih Lin, Francisco J. Soullignac, and Jayme L. Szwarcfiter. A simple linear time algorithm for the isomorphism problem on proper circular-arc graphs. In *Algorithm theory—SWAT 2008*, volume 5124 of *Lecture Notes in Comput. Sci.*, pages 355–366, Berlin, 2008. Springer.
- [34] Min Chih Lin, Francisco J. Soullignac, and Jayme L. Szwarcfiter. Short models for unit interval graphs. In *LAGOS'09—V Latin-American Algorithms, Graphs and Optimization Symposium*, volume 35 of *Electron. Notes Discrete Math.*, pages 247–255. Elsevier Sci. B. V., Amsterdam, 2009.
- [35] Min Chih Lin, Francisco J. Soullignac, and Jayme L. Szwarcfiter. Normal Helly circular-arc graphs and its subclasses. *Discrete Appl. Math.*, 161(7-8):1037–1059, 2013.
- [36] Min Chih Lin and Jayme L. Szwarcfiter. Unit circular-arc graph representations and feasible circulations. *SIAM J. Discrete Math.*, 22(1):409–423, 2008.
- [37] George S. Lueker and Kellogg S. Booth. A linear time algorithm for deciding interval graph isomorphism. *J. Assoc. Comput. Mach.*, 26(2):183–195, 1979.
- [38] Jutta Mitas. Minimal representation of semiorders with intervals of same length. In *Orders, algorithms, and applications (Lyon, 1994)*, volume 831 of *Lecture Notes in Comput. Sci.*, pages 162–175. Springer, Berlin, 1994.
- [39] Richard Nowakowski and Peter Winkler. Vertex-to-vertex pursuit in a graph. *Discrete Math.*, 43(2-3):235–239, 1983.
- [40] Marc Pirlot. Minimal representation of a semiorder. *Theory and Decision*, 28(2):109–141, 1990.
- [41] Marc Pirlot. Synthetic description of a semiorder. *Discrete Appl. Math.*, 31(3):299–308, 1991.

- [42] Fred S. Roberts. Indifference graphs. In Proof Techniques in Graph Theory (Proc. Second Ann Arbor Graph Theory Conf., Ann Arbor, Mich., 1968), pages 139–146. Academic Press, New York, 1969.
- [43] Fred S. Roberts. Graph theory and its applications to problems of society, volume 29 of CBMS-NSF Regional Conference Series in Applied Mathematics. Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), Philadelphia, Pa., 1978.
- [44] Fred S. Roberts. On the mobile radio frequency assignment problem and the traffic light phasing problem. In Second International Conference on Combinatorial Mathematics (New York, 1978), volume 319 of Ann. New York Acad. Sci., pages 466–483. New York Acad. Sci., New York, 1979.
- [45] Donald J. Rose, R. Endre Tarjan, and George S. Lueker. Algorithmic aspects of vertex elimination on graphs. *SIAM J. Comput.*, 5(2):266–283, 1976.
- [46] Donald J. Rose and Robert Endre Tarjan. Algorithmic aspects of vertex elimination on directed graphs. *SIAM J. Appl. Math.*, 34(1):176–197, 1978.
- [47] Dana Scott and Patrick Suppes. Foundational aspects of theories of measurement. *J. Symb. Logic*, 23:113–128, 1958.
- [48] Francisco J. Soulignac. Bounded, minimal, and short representations of unit interval and unit circular-arc graphs. CoRR, abs/1408.3443, 2014.
- [49] Alan Tucker. Matrix characterizations of circular-arc graphs. *Pacific J. Math.*, 39:535–545, 1971.
- [50] Alan Tucker. Structure theorems for some circular-arc graphs. *Discrete Math.*, 7:167–195, 1974.



Dr. ESTEBAN FEUERSTEIN
DIRECTOR
Depto. COMPUTACIÓN
FCE y N - UBA



Universidad de Buenos Aires
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Referencia Expte. N° 505.748/16

Buenos Aires, 29 FEB 2016

VISTO:

la nota presentada por el Dr. Esteban Feuerstein, Director del Departamento de Computación, mediante la cual eleva la información y el programa del curso de posgrado **Grafos y órdenes: reconocimiento, representación y algoritmos**, que será dictado en 2016 por el Dr. Francisco Soullignac,

CONSIDERANDO:

lo actuado por la Comisión de Doctorado,

lo actuado por la Comisión de Postgrado,

lo actuado por este Cuerpo en la sesión realizada en el día de la fecha,

en uso de las atribuciones que le confiere el Artículo 113° del Estatuto Universitario,

**EL CONSEJO DIRECTIVO DE LA FACULTAD DE
CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
RESUELVE:**

Artículo 1°: Autorizar el dictado del curso de posgrado **Grafos y órdenes: reconocimiento, representación y algoritmos** de 32 hs. de duración.

Artículo 2°: Aprobar el programa del curso de posgrado **Grafos y órdenes: reconocimiento, representación y algoritmos**, obrante a fs 2 a 4 del expediente de la referencia.

Artículo 3°: Aprobar un puntaje máximo de dos (2) puntos para la Carrera del Doctorado.

Artículo 4°: Comuníquese a la Biblioteca de la FCEyN con fotocopia del programa incluida (fs 2 a 4).

Artículo 5°: Comuníquese a la Dirección del Departamento de Computación, a la Dirección de Alumnos y a la Secretaría de Postgrado. Cumplido Archívese.

RESOLUCION CD N°

0170

SP/ga 22/02/2016

Dr. JOSÉ CLABE IPARRAGUIRRE
SECRETARIO DE POSGRADO
FCEN - UBA

Dr. JUAN CARLOS REBOREDA
DECANO