



1821 Universidad de Buenos Aires

Resolución Consejo Directivo

Número:

Referencia: EX-2025-01868347- -UBA-DMESA#FCEN - POSGRADO – Sesión
26/05/2025

VISTO:

La nota presentada por la Dirección del Departamento de Matemática, mediante la cual eleva la información del curso de posgrado **Difeomorfismos como Grupos de Lie-Frechet** para el año 2025,

CONSIDERANDO:

lo actuado por la Comisión de Doctorado,

lo actuado por este Cuerpo en la sesión realizada el día 26 de mayo de 2025,

en uso de las atribuciones que le confiere el Artículo 113° del Estatuto Universitario,

EL CONSEJO DIRECTIVO DE LA FACULTAD

DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

RESUELVE:

ARTÍCULO 1º: Aprobar el nuevo curso de posgrado **Difeomorfismos como Grupos de Lie-Frechet** de 96 horas de duración, que será dictado por el Dr. Gabriel Larotonda.

ARTÍCULO 2º: Aprobar el programa del curso de posgrado **Difeomorfismos como Grupos de Lie-Frechet** que como anexo forma parte de la presente Resolución, para su dictado en el segundo cuatrimestre de 2025.

ARTÍCULO 3º: Aprobar un puntaje máximo de cuatro (4) puntos para la Carrera de Doctorado.

ARTÍCULO 4º: Establecer un arancel de **CATEGORÍA NULA**.

ARTÍCULO 5º: Disponer que, de no mediar modificaciones en el programa, la carga horaria y el arancel, el presente Curso de Posgrado tendrá una vigencia de cinco (5) años a partir de la fecha de la presente Resolución.

ARTÍCULO 6º: Comuníquese a todos los Departamentos Docentes, a la Dirección de Estudiantes y Graduados, a la Biblioteca de la FCEyN y a la Secretaría de Posgrado con copia del programa incluida. Cumplido, pase MATEMATICA#FCEN y resérvese.

ANEXO

PROGRAMA

Dar una presentación moderna de la geometría de los grupos $G=\text{Dif}(M)$ de difeomorfismos suaves que actúan en una variedad riemanniana (M,g) de dimensión finita (la operación del grupo es la composición de difeomorfismos), y *sus relaciones con los fenómenos dinámicos en M* , incluyendo avances muy recientes en el área de investigación. El estudiante deberá comprender y dominar los siguientes temas que recorreremos en el curso, tomados como objetivos generales de la materia:

- grupos de difeomorfismos $G=\text{Dif}(M)$ como grupos de Lie-Fréchet
- métricas riemannianas débiles en M : geodésicas y curvatura
- distancia geodésica en G , completitud geodésica y métrica
- relación entre las geodésicas en G y la dinámica en la variedad M

Programa:

Con más detalle, se recorrerán las siguientes unidades temáticas y problemas actuales en el área de investigación:

- a) variedades de Fréchet, noción de carta, espacio tangente y campo vectorial; flujo de un campo en un espacio de Fréchet: problemas de dominio, existencia y unicidad.
- b) grupos de Lie-Fréchet, álgebras de Lie-Fréchet, grupos de difeomorfismos de una variedad finito dimensional M , el grupo $G=\text{Dif}(M)$ de una variedad compacta M como grupo de Lie-Fréchet.
- c) métricas riemannianas débiles en $\text{Dif}(M)$, geodésicas y curvatura en $\text{Dif}(M)$, la relación entre geodésicas en $\text{Dif}(M)$ y los fenómenos dinámicos en M .
- d) grupos de difeomorfismos que preservan el volumen de M , tangentes y geodésicas.

- e) grupos de difeomorfismos que preservan una forma simpléctica en M , métrica y geodésicas.
- f) el grupo de simplectomorfismos Hamiltonianos, la métrica de Hofer.
- g) ecuaciones diferenciales en derivadas parciales en M que se traducen en ecuaciones de Euler de geodésicas en $\text{Dif}(M)$ (ecuación de Burgers, ecuación de Camassa-Holmes).
- h) la distancia en G como infimo de longitudes de curvas ¿para qué métricas en G $\text{dist}(f_1, f_2)=0$ implica $f_1=f_2$? (este fenómeno se conoce como *degeneración de la distancia geodésica*).
- i) la topología τ_d inducida por dist en G versus la topología en G como variedad de Fréchet.
- j) completitud geodésica en G versus completitud métrica en G versus evolución en M de la dinámica (el Teorema de Hopf-Rinow no es válido en variedades de dimensión infinita).

BIBLIOGRAFIA

- V. I. Arnold, “*Sur la géométrie différentielle des groupes de Lie de dimension infinie et ses applications à l'hydrodynamique des fluides parfaits*”. (French) Ann. Inst. Fourier (Grenoble) 16, 1966, fasc. 1, 319-361.
- C. J. Atkin, “*The Hopf-Rinow theorem is false in infinite dimensions*”. Bull. London Math. Soc. 7 (1975), no. 3, 261-266.
- J. Benn, A. Suri, “*Sobolev H^1 geometry of the symplectomorphism group*”. Differential Geom. Appl. 67 (2019), 101558, 14 pp.
- M. Bruveris F.-X. Vialard, “*On completeness of groups of diffeomorphisms*”, Journal of the European Mathematical Society 19 (2017), no. 5, 1507-1544.
- L. Buhovsky, Y. Ostrover, “*On the uniqueness of Hofer's geometry*”. Geom. Funct. Anal. 21 (2011), no. 6, 1296-1330.
- D. Burago, Y. Burago, S. Ivanov, “*A course in metric geometry*”. Graduate Studies in Mathematics, 33. American Mathematical Society, Providence, RI, 2001.
- D. G. Ebin, J. Marsden, “*Groups of diffeomorphisms and the motion of an*

incompressible fluid”, *Annals of Mathematics* (1970), 102-163.

- Y. Eliashberg, L. Polterovich, “*Bi-invariant metrics on the group of Hamiltonian diffeomorphisms*”, *International Journal of Mathematics* 04 (1993), no. 05, 727-738.
- R. L. Jerrard, C. Maor, “*Geodesic distance for right-invariant metrics on diffeomorphism groups: critical sobolev exponents*”, *Ann Glob Anal Geom* 56 (2019), no. 2, 351-360.
- Y. Jawamoto, “*Metric properties of the group of Hamiltonian diffeomorphisms*”. PhD Thesis. Université Paris sciences et lettres, 2021.
- G. Larotonda, “*The metric geometry of infinite dimensional Lie groups and their homogeneous spaces*”, *Forum Math.* 31 (2019), no. 6, 1567-1605.
- G. Larotonda, M. Miglioli, “*Hofer's metric on compact Lie groups*”, *Groups Geom. Dyn.* 17 (2023), no. 3, 839-898.
- K.-H. Neeb, “*Towards a Lie theory of locally convex groups*”. *Jpn. J. Math.* 1 (2006), no. 2, 291-468.
- S. Lie, “*Theory of transformation groups. I. General properties of continuous transformation groups*”. A contemporary approach and translation. Springer, Heidelberg, 2015.
- P.W. Michor, D. Mumford, “*Vanishing geodesic distance on spaces of submanifolds and diffeomorphisms*”, *Doc. Math.* 10 (2005), 217-245.
- H. Omori, “*Infinite-dimensional Lie groups*”. *Translations of Mathematical Monographs*, vol. 158, American Mathematical Society, Providence, RI, 1996, Translated from the 1979 Japanese original and revised by the author