Universidad de Buenos Aires
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Ref. Expte. Nº 124/2021

Ciudad Autónoma de Buenos Aires, 9 de marzo de 2021

VISTO:

La nota presentada por la Dirección del Departamento de Matemática, mediante la cual eleva la información del curso de posgrado **Tópicos de Topología Algebraica** para el año 2021,

CONSIDERANDO:

lo actuado por la Comisión de Doctorado,
lo actuado por la Comisión de Posgrado,
lo actuado por este Cuerpo en la sesión realizada en el día de la fecha,
en uso de las atribuciones que le confiere el Artículo 113º del Estatuto Universitario,

EL CONSEJO DIRECTIVO DE LA FACULTAD
DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
R E S U E L V E:

ARTÍCULO 1º: Aprobar el dictado del curso de posgrado **Tópicos de Topología Algebraica** de 96 horas de duración, que será dictado por el Dr. Jonathan Barmak.

ARTÍCULO 2°: Aprobar el programa del curso de posgrado **Tópicos de Topología Algebraica** para su dictado en el primer cuatrimestre de 2021.

ARTÍCULO 3°: Aprobar un puntaje máximo de cuatro (4) puntos para la Carrera del Doctorado.

ARTÍCULO 4°: Disponer que de no mediar modificaciones en el programa y la carga horaria, el presente Curso de Posgrado tendrá una vigencia de cinco (5) años a partir de la fecha de la presente Resolución.

ARTÍCULO 5º: Comuníquese a todos los Departamentos Docentes, a la Dirección de Estudiantes y Graduados, a la Biblioteca de la FCEyN y a la Secretaría de Posgrado con copia del programa incluida. Cumplido, archívese.

RESOLUCIÓN CD Nº 0127

Dr. PABLO J. GROISMAN
Secretario Adjunto de Posgrado
FCEyN - UBA

Dr. JUAN CARLOS REBOREDA
DECANO

<u>TOPICOS DE TOPOLOGÍA ALGEBRAICA</u>

En el curso se estudiarán nociones clásicas de Topología Algebraica y Teoría de Homotopía y se dará una introducción a temas actuales de investigación en el área. Topología Algebraica es una de las áreas más profundas dentro de Matemática, con aplicaciones en Álgebra, Análisis, Geometría, Combinatoria, Sistemas Dinámicos; en otras ciencias como Física, Química y Biología, y con aplicaciones concretas en análisis topológico de datos, reconocimiento de imágenes, robótica, clasificación de proteínas, entre otros. El curso está dirigido a alumnos de la Licenciatura en sus orientaciones Pura y Aplicada así como alumnos del Doctorado que hayan cursado la materia Topología y deseen profundizar en los conceptos e ideas que ahí se presentan al final de la cursada. Este curso es imprescindible para aquellos que deseen especializarse en el área y también es recomendado para alumnos y doctorandos con otros intereses que deseen tener un panorama amplio y establecer conexiones entre distintas disciplinas.

El curso se divide en cuatro módulos. El primero gira en torno a los complejos simpliciales, estructuras combinatorias que permiten modelar espacios conocidos como variedades. Se estudiarán nociones de homología y cohomología y el Teorema del Punto fijo de Lefschetz. El segundo módulo sobre CW-complejos se centrará en el estudio de los espacios más utilizados en el área, así como en los grupos de homotopía y el Teorema de Whitehead. El tercer módulo es sobre homotopía en dimensión 2 y Teoría Topológica de grupos: la relación entre CW-complejos de dimensión 2 y presentaciones de grupos. Se investigarán algunos de los problemas abiertos más famosos de esta rama que son estudiados en la actualidad: Conjetura de asfericidad y el caso de los árboles orientados etiquetados, Conjetura de Andrews-Curtis, ecuaciones sobre grupos. El cuarto módulo involucrará espacios topológicos finitos y posets como una segunda estructura combinatoria que permite estudiar problemas abiertos homotópico-algebraicos: por ejemplo la Conjetura de Quillen sobre el poset de p-subgrupos.

Habrá dos clases por semana. Cada clase consistirá de dos horas en donde se expondrá el contenido teórico y una hora de problemas en donde se discutirán los ejercicios de las guías prácticas individual y grupalmente, los alumnos podrán exponer resoluciones de ejercicios y habrá tiempo para consultar sobre guías, la teoría y artículos que los alumnos leerán para preparar la exposición final al terminar el cuatrimestre.

Programa

Módulo 1: Complejos simpliciales.

1.1. Complejos simpliciales, realización geométrica, aproximación simplicial.

1.2. Homología simplicial, complejos de cadenas, Teorema del Acyclic Carrier. Aplicaciones clásicas de la homología.

1.3. Teorema del punto fijo de Lefschetz. Relación con homología singular.

Módulo 2: CW-complejos.

2.1. Definición constructiva y descriptiva. Cofibraciones.

2.2. Homología celular. Grupos de homotopía de orden superior. Relación entre homotopía y homología, Teorema de Hurewicz. Equivalencias débiles, Teorema de Whitehead.

Módulo 3: Teoría topológica de grupos.

3.1. Relación entre 2-complejos y presentaciones de grupos. Tipos homotópicos simples. Conjetura de Andrews-Curtis.

3.2. Asfericidad, Conjetura de Whitehead. Árboles orientados etiquetados. Tests de asfericidad y reducibilidad diagramática. Ecuaciones sobre grupos.

3.3. Clasificación de tipos homotópicos de 2-complejos con grupo fundamental dado.

Módulo 4. Posets.

4.1. Relación entre espacios finitos y posets. Relación con complejos simpliciales. Teorema de McCord.

4.2. Teorema A de Quillen. Aplicaciones combinatorias, Teorema del nervio, Teorema de Dowker.

4.3. Conjetura de Quillen sobre el poset de p-subgrupos.

Bibliografía

J.A. Barmak. Poliedros: Una introducción a la geometría y el álgebra de los complejos simpliciales. Cursos y seminarios de matemática, Serie B. Departamento de Matemática, FCEyN, UBA (2014).

J.A. Barmak. Algebraic Topology of Finite Topological Spaces and Applications. Lecture Notes in Mathematics Vol. 2032. Springer (2011).

A. Björner, Topological Methods, in: Handbook of Combinatorics (ed. R. Graham, M. Grötschel, L. Lov´asz), Chapter 34, 1819–1872. North-Holland, Amsterdam (1995).

K. Brown, Cohomology of groups, Springer-Verlag (1982).

Fritsch, R., Piccinini, R.A.: Cellular Structures in Topology. Cambridge University Press, Cambridge (1990).

S.M. Gersten. Reducible diagrams and equations over groups. Essays in group theory, Math. Sci. Res. Ins. Publ. 8, Springer Verlag (1987).

M. Gromov. Hyperbolic groups. Essays in group theory, 75-263, Math. Sci. Res. Inst. Publ., 8, Springer, New York (1987).

J. Harlander, S. Rosebrock, Injective labelled oriented trees are aspherical, Mathematische Zeitschrift 287 (1), (2017), pp. 199–214.

A. Hatcher, Algebraic Topology, Cambridge University Press (2002).

C. Hog-Angeloni, W. Metzler, A. Sieradski. Two-Dimensional Homotopy and Combinatorial Group Theory, London Mathematical Society Lecture Note Series Book 197 (1993).

J. Howie. Some remarks on a problem of J. H. C. Whitehead. Topology 22 (1983), no. 4, 475-485.

D. Kozlov, Combinatorial algebraic topology, Springer-Verlag, New York, NY (2008).

P. May. Finite spaces and larger contexts. (2016) Disponible en https://math.uchicago.edu/~may/FINITE/FINITEBOOK/FINITEBOOKCollatedDraft.pdf

W. Metzler, S. Rosebrock, Advances in Two-Dimensional Homotopy and Combinatorial Group Theory, Cambridge University Press, London Mathematical Society Lecture Note Series 446 (2018).

J. Munkres. Elements of Algebraic Topology. Addison-Wesley Publishing Company (1996).

E. Spanier, Algebraic Topology. McGraw-Hill (1966).

R.M. Switzer, "Algebraic topology - homotopy and homology", Springer (1975)

J. Vick, Homology theory, Springer Verlag, (1994).

1er. Cuatrimestre 2021

Firma del Profesor

Aclaración de firma: Dr. Jonathan Barmak

Dra. Teresa Krick
Directora
Depto. de Matematica
FCEyn - UBA