Universidad de Buenos Aires
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Ref. Expte. Nº 119/2021

Ciudad Autónoma de Buenos Aires, **9 de marzo de 2021**

VISTO:

La nota presentada por la Dirección del Departamento de Matemática, mediante la cual eleva la información del curso de posgrado **Tópicos de Grupos y Algebras de Lie** para el año 2021,

CONSIDERANDO:

lo actuado por la Comisión de Doctorado,
lo actuado por la Comisión de Posgrado,
lo actuado por este Cuerpo en la sesión realizada en el día de la fecha,
en uso de las atribuciones que le confiere el Artículo 113º del Estatuto Universitario,

EL CONSEJO DIRECTIVO DE LA FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
R E S U E L V E:

ARTÍCULO 1º: Aprobar el dictado del curso de posgrado **Tópicos de Grupos y Algebras de Lie** de 96 horas de duración, que será dictado por el Dr. Marcelo Farinatti.

ARTÍCULO 2°: Aprobar el programa del curso de posgrado **Tópicos de Grupos y Algebras de Lie** para su dictado en el primer cuatrimestre de 2021.

ARTÍCULO 3°: Aprobar un puntaje máximo de cuatro (4) puntos para la Carrera del Doctorado.

ARTÍCULO 4°: Disponer que de no mediar modificaciones en el programa y la carga horaria, el presente Curso de Posgrado tendrá una vigencia de cinco (5) años a partir de la fecha de la presente Resolución.

ARTÍCULO 5º: Comuníquese a todos los Departamentos Docentes, a la Dirección de Estudiantes y Graduados, a la Biblioteca de la FCEyN y a la Secretaría de Posgrado con copia del programa incluida. Cumplido, archívese.

RESOLUCIÓN CD Nº 0122

Dr. PABLO J. GROISMAN
Secretario Adjunto de Posgrado
FCEyN - UBA

Dr. JUAN CARLOS REBOREDA
DECANO

<u>TOPICOS DE GRUPOS Y ALGEBRAS DE LIE</u>

Los grupos de Lie son grupos infinitos, pero con una cantidad finita de parámetros reales, como los grupos de rotaciones, o subgrupos de matrices que preserven una cierta estructura, como una forma de volumen (SL(n)), o una forma antisimétrica no degenerada (Sp(n)). Dada su naturaleza geométrica, el espacio tangente a un grupo de Lie contiene una estructura algebraica adicional que determina en gran medida al grupo: su álgebra de Lie.

La teoría general, desarrollada históricamente por Killing y Cartan, tuvo la espectacular aplicación a la teoría de partículas elementales encontradas en los aceleradores en la segunda mitad del siglo 20: uno de los máximos exponentes de la utilización de simetrías en física teórica, pero las aplicaciones de la teoría de grupos de Lie son tan vastas como puede ser la utilización de simetrías continuas en cualquier rama de la matemática, como el análisis armónico, estudio de autovalores del Laplaciano, geometría diferencial y espacios homogéneos, variedades con homonimia especial, etc. y ha influido de manera trasversal a diversas ramas de la matemática. Este es un curso dirigido a un público amplio, desde interesados en teoría de números, pasando por la geometría diferencial, análisis armónico abstracto, álgebra y teoría de representaciones, o teoría de deformaciones y grupos cuánticos.

El curso contempla la teoría de representaciones de grupos de Lie semisimples y la clasificación de los grupos complejos semisimples a partir de su contraparte infinitesimal: las álgebras de Lie. La noción de álgebra de Lie -objeto intermedio entre el álgebra y la geometría- permite clasificar los grupos de Lie semisimples complejos pasando por sistemas de raíces, su geometría euclídea y su combinatoria, con la información relevante empaquetada en términos de los diagramas de Dynkin. En la parte práctica se hará hincapié en los ejemplos de dimensiones bajas, los grupos clásicos y su teoría de representación.

Programa

1. Grupos topológicos y grupos de Lie, grupos de Lie clásicos, componentes conexas.

2. Álgebras de Lie. Álgebras de Lie lineales y álgebras de Lie clásicas. El álgebra de Lie de un grupo de Lie. Ideales, Cocientes, Derivaciones, Representación adjunta. Producto semidirecto.

3. La función exponencial de matrices, La función exponencial en un grupo de Lie. Correspondencia subgrupos-subálgebras para los grupos de Lie clásicos. Formas reales: ejemplo de so(3,R), su(2), sl(2,C).

4. Representaciones I. La representación adjunta y la forma de Killing. Producto tensorial de representaciones, dual y Hom.

5. Álgebras de Lie nilpotentes y solubles. Serie derivada y serie central.

El radical. Teoremas de Lie y de Engel. Criterios de Cartan.

6. El Casimir. Lemas de Whitehead y Teorema de Weyl de completa reducibilidad. Representaciones de sl(2,C).

6. Descomposición de un álgebra de Lie a partir de una subálgebra de Cartan, descomposición triangular. Subálgebras de Cartan abstractas. Espacios de pesos generalizados. Subálgebras de Cartan y elementos regulares.

7. Sistemas de raíces. Geometría en el espacio real generado por las raíces. Axiomática de los sistemas de raíces. Reflexiones en el espacio euclídeo. Raíces simples. Matriz de Cartan. Diagramas de Dynkin. Clasificación de las matrices de Cartan y los diagramas de Dynkin. Sistemas de raíces de las álgebras de Lie clásicas An=sl(n+1,C), Bn=so(2n+1,C), Cn=sp(n,C), Dn=so(2n,C).

8. Representaciones II. El Álgebra envolvente universal. Representaciones de dimensión finita. Módulos de peso. Módulos de Verma. Ejemplo: representaciones de sl(3,C).

BIBLIOGRAFÍA

Bourbaki, N., *Groupes et Algèbres de Lie*, Elements de Mathématique, Hermann, Paris (1960).

Farinati M. - Jancsa A.P., Grupos, *Álgebras de Lie y sus representaciones*. FaMAF Serie B 56 (2010).

Hall, B.C. *An Elementary Introduction to Groups and Representations*. (2000). **https://arxiv.org/abs/math-ph/0005032v1**

Helgason, S., *Differential Geometry, Lie Groups and Symmetric Spaces*. Academic Press, (1978).

Humphreys, J., *Introduction to Lie Algebras and Representation Theory*. Second printing, revised. Graduate Texts in Mathematics, 9. Springer-Verlag, New York-Berlin, (1978).

Jacobson, N., *Lie Algebras*, New York, John Wiley and Sons, Inc., (1962). Reprinted by Dover, 1979.

Kirillov A. Jr., *Introduction to Lie Groups and Lie Algebras*

https://www.math.stonybrook.edu/~kirillov/mat552/liegroups.pdf

Knapp, A. *Lie Groups, beyond an Introduction*. Progress in Math. 140 Birkhäuser, Boston MA (1996).

Runkel I. *Lie Groups and Lie Algebras* (2008).

https://nms.kcl.ac.uk/benjamin.doyon/Lie2010Spring/Runkel.pdf

Serre, J.P., *Lie Algebras and Lie Groups*. W A. Benjamin, New York (1965) .

Warner, F. W., *Foundations of Differentiable Manifolds and Lie Groups*. Scott Foresman, Glenview, III, 1971. Second ed. Springer-Verlag. New York (1982).

Varadarajan V.S., *Lie Groups, Lie Algebras, and their representations*. Graduate Texts in Mathematics 102. Springer (1974).

1er. Cuatrimestre 2021

Firma del Profesor
Aclaración de firma   Dr. Marco Farinati

Dra. Teresa Krick
Directora
Depto. de Matematica
FCEyn - UBA