Universidad de Buenos Aires
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Ref. Expte. Nº 995/2020

Ciudad Autónoma de Buenos Aires, 7 de septiembre de 2020

VISTO:

La nota presentada por la Directora del Departamento de Matemática, mediante la cual eleva la información del curso de posgrado **Algebras de Boole: teoría general y su conexión con otras áreas de la matemática** para el año 2020,

CONSIDERANDO:

lo actuado por la Comisión de Doctorado,

lo actuado por la Comisión de Posgrado,

lo actuado por este Cuerpo en la sesión realizada en el día de la fecha,

en uso de las atribuciones que le confiere el Artículo 113º del Estatuto Universitario,

EL CONSEJO DIRECTIVO DE LA FACULTAD
DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
R E S U E L V E:

ARTÍCULO 1º: Aprobar el nuevo curso de posgrado **Algebras de Boole: teoría general y su conexión con otras áreas de la matemática** de 64 horas de duración, que será dictado por el Dr. Alejandro Petrovich.

ARTÍCULO 2°: Aprobar el programa del curso de posgrado **Algebras de Boole: teoría general y su conexión con otras áreas de la matemática**, para su dictado en el segundo cuatrimestre de 2020.

ARTÍCULO 3°: Aprobar un puntaje máximo de tres (3) puntos para la Carrera del Doctorado.

ARTÍCULO 4°: Disponer que de no mediar modificaciones en el programa y la carga horaria el presente Curso de Posgrado tendrá una vigencia de cinco (5) años a partir de la fecha de la presente Resolución.

ARTÍCULO 5º: Comuníquese a todos los Departamentos Docentes, a la Dirección de Estudiantes y Graduados, a la Biblioteca de la FCEyN y a la Secretaría de Posgrado con copia del programa incluido. Cumplido, archívese.

RESOLUCIÓN CD N.º 0710

Dr. PABLO J. GROISMAN
Secretario Adjunto de Posgrado
FCEyN - UBA

Dr. JUAN CARLOS REBOREDA
DECANO

ALGEBRAS DE BOOLE: TEORÍA GENERAL Y SU CONEXIÓN CON OTRAS ÁREAS DE LA MATEMÁTICA

Breve Descripción de los contenidos del curso:

1. Diferentes axiomatizaciones de las Algebras de Boole. Anillos booleanos. Primeros ejemplos y propiedades. Caracterización de las algebras de Boole finitas.
2. Subálgebras y homomorfismos. Ideales y filtros, Teoremas de extensión. Ultrafiltros y caracteres. El Teorema de representación de Stone.
3. El espacio de Stone de un algebra de Boole. Espacios booleanos. Dualidad topológica. Relación entre subálgebras y relaciones de equivalencias.
4. Algebras de Boole libres. Caracterización topológica. El álgebra de Boole libre de la lógica proposicional.
5. Operaciones infinitas. Algebras de Boole completas. Diferentes tipos de completitud. Leyes distributivas generalizadas.
6. Clases especiales de algebras de Boole. Algebra de los abiertos regulares y algebra de las proyecciones. Algebra de Boole de intervalos y algebras superatomicas.
7. Algebras de Boole monadicas y poliadicas. Su conexión con la lógica de primer orden. Teoremas de completitud de algunos fragmentos de la lógica via las algebras de Boole con operadores. Teoremas de decibilidad.
8. σ-algebras de Boole y la condición de la cadena contable. Medidas finitamente aditivas y contablemente aditivas sobre algebras de Boole. Conexión con la teoría clásica de la medida. Numeros de intersección. El Teorema de Maharam.
9. Calculo diferencial booleano. Derivaciones simples y vectoriales. Diferenciales de variables booleanas y operadores diferenciales. Aplicaciones a la teoría de diseño de circuitos.
10. Cuerpos ordenados. El espacio booleano asociado al espacio de órdenes de un cuerpo. El Teorema de Craven.
11. Algebras de Boole y teoría abstracta de formas cuadráticas. Grupos especiales reducidos. La envolvente booleana de un grupo especial. Aplicaciones

Objetivos:

El objetivo del curso es por un lado que los alumnos asimilen y comprendan los aspectos más relevantes de la teoría de estas estructuras algebraicas y sus diferentes aplicaciones; como así también que adquieran las herramientas y conocimientos necesarios que les permita abordar investigaciones futuras.

MODALIDAD DE LAS CLASES PRÁCTICAS

La modalidad de las clases prácticas consistirá en la resolución de una guía de problemas que sirvan como complemento a los c

Dr. PABLO J. GROISMAN
Secretario Adjunto de Posgrado
FCEyN - UBA

Dr. JUAN CARLOS REBOREDA
DECANO

PROGRAMA

1) Álgebras de Boole. Definición, ejemplos y algunas propiedades básicas. Diferentes axiomatizaciones de las álgebras de Boole. Anillos booleanos. Álgebras de Boole finitas. El álgebra de Boole de la lógica proposicional. El Álgebra de Boole de los abiertos regulares y Álgebras de Boole de proyecciones.

2) Homomorfismos y subálgebras. Átomos, ideales y filtros. El álgebra de Boole cociente. Álgebras de Boole completas y atómicas. Ultrafiltros y el Teorema de representación de Stone. El Teorema de extensión de Sikorski. Sobre el número de de ultrafiltros, filtros y subálgebras.

3) Dualidad topológica. Espacios Booleanos. La versión topológica del Teorema de Stone. Homomorfismos y aplicaciones continuas. Subálgebras y relaciones de equivalencia. Álgebras de Boole producto y compactificaciones.

4) Álgebras de Boole libres. Propiedades combinatorias y algebraicas de las álgebras libres. Formas normales. Independencia y número de ideales. Productos libres.

5) Operaciones infinitas. Algebras k-completas. El Teorema de Loomis-Sikorski. Algebras completas contablemente generadas. El Teorema de Balcar-Franek. Leyes distributivas generalizadas.

6) Clases especiales de Algebras de Boole. Algebra de intervalos. Caracterización y su espacio dual. Algebra de árboles. Propiedades básicas sobre algebras de árboles. Algebras superatómicas. Caracterizaciones se superatomicidad. Los invariantes de Cantor-Bendixson.

7) Aplicaciones de las álgebras de Boole a la lógica y al análisis. Algebras monádicas. Decibilidad de la teoría de primer orden de las Algebras de Boole. Teoremas de completitud. Σ-Algebras de Boole. La condición de la cadena contable. Algebras incompletas. Algebras de medida y su conexión con la teoría de la medida. Condiciones necesarias y suficientes para la existencia de una medida finitamente aditiva y positiva. Números de intersección. Los invariantes de Horn-Tarski . El Teorema de Maharam y diferentes generalizaciones. Σ-algebras y el problema de la medida exterior. Calculo diferencial booleano y ecuaciones diferenciales booleanas. Sus aplicaciones a la teoría de circuitos digitales.

8) Algebras de Boole y su conexión con la teoría de formas cuadráticas. Cuerpos ordenados. El espacio booleano asociado al espacio de órdenes de un cuerpo. Teorema de Craven. Espacios de órdenes abstractos. Espacios SAP vistos como algebras de Boole. Grupos especiales. Teoría abstracta de formas cuadráticas sobre grupos especiales. Algebras de Boole y grupos especiales reducidos. La envolvente booleana de un grupo especial reducido.

Dr. PABLO J. GROISMAN
Secretario Adjunto de Posgrado
FCEyN - UBA

Dr. JUAN CARLOS REBOREDA
DECANO

BIBLIOGRAFIA

1. **Piotr-Borodulin and Mirna Dzamonja,** ***On the Isomorphism Problem for Measures on Boolean Algebras***, Journal of Mathematical Analysis and Applications, Volume 405, Issue 1, 2013.

2. **M.A. Dickmann and F. Miraglia*****, Special Groups. Boolean-Theoretic Methods in the Theory of Quadratic Forms,*** Memoirs of the American Mathematicas Society, 689, Vol. 145, 2000.

M. Dickmann and F. Miraglia. ***Faithfully Quadratic Rings*****,** Memoirs of the American Mathematical Society, 1128, Vol. 238, 2015.

3. **Steve Givant and Paul Halmos,** ***Introduction to Boolean Algebras***, Springer, 2009**.**

4. **M. Marshall,** ***Spaces of Orderings and Abstract Real Spectra*****,** Lecture Notes in Mathematics**,** 1636, Springer, 1996.

6. J.D. Monk, R. Bonnet: ***Handbook of Boolean Algebras, Volumenes 1, 2 y 3*****,** Amsterdam, North-Holland, 1989.

7. Bernd Steinbach and Christian Posthoff, ***Boolean Differential Calculus***, Synthesis Lectures on Digital Circuits and Systems, Morgan & Claypool Publishers, 2017.

8. Vladimirov D. A., ***Boolean Algebras in Analysis*** (Mathematics and Its Applications), Kluwer Academic Publisher, 2002.

Dr. JUAN CARLOS REBOREDA
DECANO

Dr. PABLO J. GROISMAN
Secretario Adjunto de Posgrado
FCEyN - UBA