Universidad de Buenos Aires
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Ref. Expte. Nº 8344/2019

Ciudad Autónoma de Buenos Aires, 6 de julio de 2020

VISTO:

la nota a foja 1 presentada por la Secretaría Académica del Departamento de Matemática, mediante la cual eleva la información del curso de posgrado **Espacios Homogéneos** para el año 2020,

CONSIDERANDO:

lo actuado por la Comisión de Doctorado,

lo actuado por la Comisión de Posgrado,

lo actuado por este Cuerpo en la sesión realizada en el día de la fecha,

en uso de las atribuciones que le confiere el Artículo 113º del Estatuto Universitario,

EL CONSEJO DIRECTIVO DE LA FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES R E S U E L V E:

ARTÍCULO 1º: Aprobar el nuevo curso de posgrado **Espacios Homogéneos** de 80 horas de duración, que será dictado por el Dr. Gabriel Larotonda.

ARTÍCULO 2°: Aprobar el programa del curso de posgrado **Espacios Homogéneos** obrante a fs. 6/7, para su dictado en el primer cuatrimestre de 2020.

ARTÍCULO 3°: Aprobar un puntaje máximo de tres (3) puntos para la Carrera del Doctorado.

ARTÍCULO 4°: Disponer que de no mediar modificaciones en el programa, la carga horaria y el arancel, el presente Curso de Posgrado tendrá una vigencia de cinco (5) años a partir de la fecha de la presente Resolución.

ARTÍCULO 5º: Comuníquese a todos los Departamentos Docentes, a la Dirección de Estudiantes y Graduados, a la Biblioteca de la FCEyN y a la Secretaría de Posgrado con copia del programa incluido. Cumplido, archívese.

RESOLUCIÓN CD Nº 0457

SP-GA- 10/03/2020

Dr. PABLO J. GROISMAN
Secretario Adjunto de Posgrado
FCEyN - UBA

Dr. JUAN CARLOS REBOREDA
DECANO

Espacios Homogéneos

Gabriel Larotonda

Correlatividades: Geometría Diferencial (Examen Final), Topología (Examen Final), Análisis Funcional (Trabajos Prácticos).

Carga horaria: 4 horas semanales.

Modalidad: Teórico práctica.

Método de aprobación: un prefinal presencial, ejercicios para entregar y un coloquio sobre un tema a convenir.

Estudiaremos en esta materia temas de geometría diferencial en el contexto concreto de los grupos de Lie (de Lie-Banach, de Lie-Frechét) y sus espacios homogéneos. El objetivo es presentar los temas con una mirada amplia que evite el uso de coordenadas, para poder incluir en la discusión -además de los teoremas sobre grupos de Lie clásicos- los grupos de operadores inversibles, y los grupos de difeomorfismos que actúan en una variedad finito dimensional.

Esta perspectiva involucra el análisis funcional y la teoría de operadores como principales herramientas para la sistematización y la construcción de las estructuras diferenciables pertinentes.

1. Espacios vectoriales topológicos, espacios de Frechét, espacios de Banach, operadores en espacios vectoriales. Álgebras de Lie.

2. Grupos de Lie modelados por e.v.t.: particularidades de los grupos de Lie-Banach (grupos de Lie clásicos, de dimensión finita). Cuentas con matrices y operadores. Grupos a un parámetro, automorfismos dados por traslación a izquierda y a derecha. Campos invariantes a izquierda, corchetes de Lie de campos y el corchete del álgebra de Lie de un grupo.

3. El grupo de operadores inversibles de un espacio de Banach X. Los automorfismos Ad y ad y su relación con el corchete de Lie en el álgebra de Lie $\mathfrak{g}$. La representación adjunta en $\mathcal{B}(\mathfrak{g})$.

4. La función exponencial exp de un grupo de Lie regular. La naturalidad de la función exponencial en relación a los morfismos de grupos. La relación entre Ad y ad via exponenciales.

5. Grupos localmente exponenciales. Subálgebras de Lie, subgrupos de Lie como subvariedades embebidas. Subgrupos inmersos, teoremas de integración. Los teoremas de Lie y de Ado para grupos de dimensión finita. Ejemplos excepcionales en dimensión infinita.

6. Los espacios de funciones suaves y el grupo de difeomorfismos $Diff(M)$ de una variedad diferenciable compacta M (via la función exponencial de una métrica riemanniana en M). El caso no compacto.

7. Fórmulas para la diferencial de la exponencial en grupos de Lie-Frechét. Fórmulas de Lie-Trotter y fórmula de Baker-Campbell-Hausdorff.

8. La subálgebra de Lie de un subgrupo de Lie. Derivadas logaritmicas y el teorema fundamental: integración de morfismos de álgebras de Lie.

9. La estructura local de un grupo de Lie, grupos de Lie locales: el producto BCH en el álgebra de Lie y viceversa.

10. Espacios homogéneos, espacios homogéneos reductivos, espacios simétricos de Cartan. La carta exponencial de un espacio homogéneo.

11. Subgrupos algebraicos. El grupo unitario de un espacio de Hilbert, elementos antihermitianos y fórmulas espectrales. La variedad de Grassmann como espacio homogéneo del grupo unitario. El espacio de operadores positivos inversibles como espacio homogéneo del grupo de inversibles. El fibrado de esferas sobre la variedad de Grassmann.

12. Grupos de difeomorfismos, grupos de difeomorfismos que preservan el volumen, grupos de simplectomorfismos.

Referencias

[1] E. Andruchow, E. Chiumiento, G. Larotonda. *Canonical sphere bundles of the Grassmann manifold.* Geom. Dedicata 203 (2019), 179–203.

[2] D. Beltiţă: Smooth homogeneous structures in operator theory. Chapman et Hall/CRC Monographs and Surveys in Pure and Applied Mathematics, 137. Chapman et Hall/CRC, Boca Raton, FL, 2006.

[3] P. de la Harpe: Classical Banach-Lie Algebras and Banach-Lie Groups of Operators in Hilbert Space. Lecture Notes in Mathematics 285, Springer, Berlin, 1972.

[4] I. C. Gohberg, M.G. Krein: Introduction to the Theory of Linear Nonselfadjoint Operators. Translated from the Russian by A. Feinstein. Translations of Mathematical Monographs, Vol. 18 American Mathematical Society, Providence, R.I. 1969.

[5] S. Helgason: Differential geometry, Lie groups, and symmetric spaces. Pure and Applied Mathematics, 80. Academic Press, Inc. [Harcourt Brace Jovanovich, Publishers], New York-London, 1978.

[6] S. Lang: Fundamentals of differential geometry. Graduate Texts in Mathematics, 191. Springer-Verlag, New York, 1999.

[7] G. Larotonda. *Metric geometry of infinite dimensional Lie groups and their homogeneous spaces.* Forum Math. 31 (2019), no. 6, 1567–1605.

[8] G. Larotonda: *Estructuras geométricas para las variedades de Banach.* Colección Ciencia, Innovación y Tecnlogía. Editorial de la Universidad Nacional de General Sarmiento, Buenos Aires 2012.

[9] O. Loos: *Symmetric spaces. I: General theory.* W. A. Benjamin, Inc., New York-Amsterdam 1969.

[10] O. Loos: *Symmetric spaces. II: Compact spaces and classification.* W. A. Benjamin, Inc., New York-Amsterdam 1969.

[11] K.H. Neeb. *A Cartan-Hadamard Theorem for Banach-Finsler manifolds.* Geom. Dedicata 95 (2002) 115-156.

[12] H. Upmeier: Banach manifolds and Jordan C^*-algebras. North-Holland Mathematics Studies, 104. Notas de Matemática [Mathematical Notes], 96. North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 1985.