ONDAS DE ALFVÉN DE GRAN AMPLITUD EN MAGNETOHIDRODINÁMICA CONSIDERANDO LOS TÉRMINOS INERCIALES DE LA LEY DE OHM

LARGE AMPLITUDE ALFVÉN WAVES IN MAGNETOHYDRYNAMICS CONSIDERING INERTIAL TERMS IN THE OHM'S LAW

P.A. Sallago[*1]

[1] *Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas – Universidad Nacional De La Plata Paseo del Bosque s/n – (1900) La Plata – Argentina*

Recibido: 30/12/2024 ; Aceptado: 20/05/2025

Las ondas de Alfvén incompresibles han sido detectadas en una variedad de plasmas espaciales y astrofísicos. Algunos de estos plasmas pueden ser estudiados dentro del marco de la magnetohidrodinámica con condiciones extendidas. En este trabajo se estudia la propagación de ondas de Alfvén de gran amplitud en plasmas uniformes, cuando se tienen en cuenta el gradiente de presión electrónica, los términos de Hall e inerciales de la ley de Ohm. En lugar de linealizar el sistema de ecuaciones y desarrollar la perturbación en ondas planas, se propone que satisfaga las condiciones de onda de Alfvén. De esta forma, se encuentra una solución que, en el límite cuando se desprecian los términos inerciales, coincide con el resultado encontrado por Sallago y Platzeck (2004), para las ondas de Alfvén en la magnetohidrodinámica con término de Hall.

Palabras clave: plasmas espaciales, ondas de Alfvén, magnetohidrodinámica.

Incompressible Alfvén waves have been detected in a variety of space and astrophysical plasmas. Some of these plasmas can be studied within the framework of magnetohydrodynamics with extended conditions. In this work, the propagation of large amplitude Alfvén waves in uniform plasmas is studied, when the electronic pressure gradient, Hall's term and the inertial terms of Ohm's law are taken into account. Instead of linearizing the system of equations and developing the perturbation into plane waves, Alfvén waves conditions are imposed. In this way, a solution is found that, in the limit when the inertial terms are neglected, coincides with the result found by Sallago and Platzeck (2004), for Alfvén waves in magnetohydrodynamics with Hall term.

Keywords: space plasmas, Alfvén waves, magnetohydrodynamics.

https://doi.org/10.31527/analesafa.2025.36.3.58 ISSN - 1850-1168 (online)

I. INTRODUCCIÓN

Las ondas de Alfvén pueden propagarse en todo tipo de ambiente, tanto en los plasmas astrofísicos como plasmas espaciales. En los plasmas astrofísicos se las postula como una posible causa de fast radio burst en pulsars acompañados por cuerpos pequeños [1] , o se las postula creadas por perturbaciones cerca de la superficie de magnetares [2] , [3]. En los plasmas espaciales las ondas de Alfvén han sido medidas desde el siglo pasado por distintas sondas espaciales. Recientemente, Suliaman et al. (2024) [4] estudiaron las mediciones de la sonda Juno al cruzar las alas de Alfvén (estructuras creadas por la superposición de ondas de Alfvén) producidas por la luna Io al orbitar en la ionósfera de Júpiter, Romanelli et al. (2024) [5] las observaron en la magnetósfera de Marte por mediaciones de la misión MAVEN. También Huang et al. (2023) han estudiado las ondas de Alfvén de gran amplitud en el viento solar registradas por los instrumentos a bordo de Parker Solar Probe [6].

Por otra parte, cuando se estudian los fenómenos en plasmas dentro de la aproximación magnetohidrodinámica, se debe reflexionar sobre la importancia relativa de los términos de la ley de Ohm generalizada [7] , ya que las características de algunos de los plasmas espaciales hacen necesario incluir los términos de Hall y de gradiente de presión electrónica en la ley de Ohm [8], [9], [10]. También, Nahuel et al. [11] ya han estudiado los plasmas con términos inerciales, en el límite sin colisiones, siendo representativos de diversos escenarios como por ejemplo en las proximidades de la zona de reconección en la cola de magnetosfera terrestre.

Si se considera un plasma de hidrógeno totalmente ionizado, que se mueve con velocidad $\mathbf{V}$, no relativista, la ley de Ohm generalizada resulta [7]

$$\begin{aligned} & \mathbf{E}+\mathbf{V}\times\mathbf{B}-\frac{\varepsilon}{\rho}\mathbf{J}\times\mathbf{B}+\frac{\varepsilon\nabla p_e}{\rho} \\ - & \frac{\mathbf{J}}{\sigma}-a_E\left[\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\mathbf{J}}{\rho}\right)+\left(\frac{\mathbf{J}}{\rho}\cdot\nabla\right)\mathbf{V}\right. \\ + & \left.(\mathbf{V}\cdot\nabla)\left(\frac{\mathbf{J}}{\rho}\right)-\varepsilon\left(\frac{\mathbf{J}}{\rho}\cdot\nabla\right)\left(\frac{\mathbf{J}}{\rho}\right)\right] \\ = & \; 0, \end{aligned} \tag{1}$$

donde σ es la conductividad eléctrica, $\varepsilon = mi/e$ y $a_E = \varepsilon me/e$. El tercer y cuarto término son los términos de Hall y gradiente de presión electrónica, el quinto es el término resistivo y los últimos cuatro, los términos inerciales. Priest muestra que los términos inerciales son importantes solo si

* pato@fcaglp.unlp.edu.ar

el tiempo característico del problema a estudiar es del orden del tiempo de colisión electrón-ión.
El sistema de ecuaciones de la magnetohidrodinámica cuando se considera un plasma conductor perfecto $\sigma \to \infty$ en la ecuación (1), en ausencia de fuerzas viscosas y gravitatorias, está compuesto por:
la ecuación de continuidad

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = 0, \tag{2}$$

la ecuación de movimiento (que resulta modificada)

$$\rho \left[\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla)\, \mathbf{V} \right] = -\nabla p + \mathbf{J} \times \mathbf{B} - a_E \,(\mathbf{J} \cdot \nabla)\, \frac{\mathbf{J}}{\rho} \,, \tag{3}$$

la expresión de la solenoidicidad del campo **B**

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \,, \tag{4}$$

la ecuación de inducción

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times \Bigg\{ & \left(\mathbf{V} - \frac{mi}{e\,\rho} \mathbf{J} \right) \times \mathbf{B} + \frac{mi}{e\,\rho} \nabla p_e \\ & - a_E \left[\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\mathbf{J}}{\rho} \right) + \left(\frac{\mathbf{J}}{\rho} \cdot \nabla \right) \mathbf{V} + (\mathbf{V} \cdot \nabla)\, \frac{\mathbf{J}}{\rho} \right. \\ & \left. - \frac{mi}{e} \left(\frac{\mathbf{J}}{\rho} \cdot \nabla \right) \frac{\mathbf{J}}{\rho} \right] \Bigg\}. \end{aligned} \tag{5}$$

El sistema de ecuaciones se completa con la ecuación de estado y una ley para la energía. Nótese que la ecuación de movimiento presenta un término adicional. Kimura y Morrison (2014) [12] , luego de realizar un análisis de escala de los términos de la ecuación de movimiento, comentan que quizás podría despreciarse este término considerándoselo pequeño frente a los otros y que esta acción llevaría a la introducción de efectos disipativos ficticios.

Por otra parte, Sallago y Platzeck (2004) [13] resolvieron las ecuaciones de la magnetohidrodinámica con término de Hall (HMHD), sin linealizar, para el caso en que las perturbaciones pueden identificarse como ondas de Alfvén de corte en plasmas magnetizados con campos de fondo uniformes. Mostraron que, para que una perturbación se propague sin deformarse, la densidad de corriente debe satisfacer una condición de proporcionalidad con su rotor, que en el límite linealizado considerando ondas planas, corresponde a que el campo de inducción magnética de perturbación esté circularmente polarizado; la velocidad de grupo resulta dependiente del parámetro que cuantifica esta çondición de polarización", y en el límite para término de Hall despreciable, coincide con la forma conocida de velocidad de Alfvén sin término de Hall.

En este trabajo se muestra la existencia de ondas de Alfvén de gran amplitud en plasmas magnetizados con campos de fondo uniformes, cuando se tienen en consideración el término de Hall, el gradiente de presión electrónica y los términos inerciales de la ley de Ohm generalizada. En lugar de linealizar el sistema de ecuaciones y desarrollar la perturbación en ondas planas, se le impondrá a la perturbación que satisfaga las condiciones características de las ondas de Alfvén de corte. Se muestra que en el límite cuando los términos inerciales resultan despreciables, la solución coincide con la descripta por Sallago y Platzeck (2004) [13] en HMHD.

II. ONDAS DE ALFVÉN

Supongamos que en un plasma con campos de fondo uniformes ρ_0, p_0, $\mathbf{V}_0$, $\mathbf{B}_0$, se propagan perturbaciones incompresibles como un paquete de ondas, esto es con dependencia espacio temporal

$$f(\mathbf{r},t) = f(\mathbf{r} - \mathbf{V}'_g t) \,, \tag{6}$$

donde $\mathbf{V}'_g$ es la velocidad de grupo que se propone sea de la forma

$$\mathbf{V}'_g = \mathbf{V}_0 - \beta_0 \mathbf{B}_0 \tag{7}$$

con β_0 una constante a determinar.

También se propone que exista una relación entre las perturbaciones en velocidad y campo de inducción magnética, tal que

$$\mathbf{V}_1 = \beta_0 \mathbf{B}_1 + \mathbf{V}_C \,, \tag{8}$$

donde $\mathbf{V}_C$ es un vector compensador.

Además, cuando se calcularon las ondas de Alfvén de gran amplitud con término de Hall [13], resultaban proporcionales la corriente y su rotor, con factor de proporcionalidad b y, en consecuencia $\mathbf{J}_1 = b\mathbf{B}_1/\mu$. Se pide que esta propiedad se mantenga para las ondas de Alfvén cuando se incluyen los términos inerciales de la ley de Ohm.

Por último, debe existir una cantidad física que se conserve en la región de perturbación. Como puede verse de la ecuación (6), resulta que

$$\partial/\partial t = -\mathbf{V}'_g \cdot \nabla. \tag{9}$$

De la ecuación de continuidad surge que una solución posible es que sea nula la perturbación en densidad. En consecuencia, la ecuación de inducción (5) se simplifica pues el término del gradiente de presión electrónica no influye en la ecuación de inducción. Debido a las ecuaciones (5) y (9) y a que los campos de fondo son uniformes, puede escribirse

$$\partial \mathbf{B}/\partial t = -\left(\mathbf{V}'_g \cdot \nabla\right) \mathbf{B} = \nabla \times \left(\mathbf{V}'_g \times \mathbf{B}\right). \tag{10}$$

Trabajando con la ecuación de inducción resulta

$$\begin{aligned} \nabla \times \left(\mathbf{V}'_g \times \mathbf{B}\right) = \nabla \times \Bigg\{ & \left(\mathbf{V} - \frac{\varepsilon b}{\mu \rho} \mathbf{B}_1 \right) \times \mathbf{B} \\ & + a_E \left[\left(\mathbf{V}'_g \cdot \nabla\right) \left(\frac{b\mathbf{B}_1}{\mu\rho} \right) - \left(\frac{b\mathbf{B}_1}{\mu\rho} \cdot \nabla \right) \mathbf{V} \right. \\ & \left. - (\mathbf{V} \cdot \nabla) \left(\frac{b\mathbf{B}_1}{\mu\rho} \right) + \varepsilon \left(\frac{b\mathbf{B}_1}{\mu\rho} \cdot \nabla \right) \left(\frac{b\mathbf{B}_1}{\mu\rho} \right) \right] \Bigg\} \,. \end{aligned} \tag{11}$$

Teniendo en cuenta identidades vectoriales, usando las relaciones (7) y (8), se obtiene

$$\nabla\times\left\{\left(\mathbf{V}_C-\frac{\varepsilon b}{\mu\rho}\mathbf{B}_1\right)\times\mathbf{B}\right.$$
$$+a_E\left[-\nabla\left((\beta_0\mathbf{B}+\mathbf{V}_C)\cdot\frac{b\mathbf{B}_1}{\mu\rho}\right)\right.$$
$$+\frac{b\mathbf{B}_1}{\mu\rho}\times[\nabla\times(\beta_0\mathbf{B}+\mathbf{V}_C)]$$
$$+(\beta_0\mathbf{B}+\mathbf{V}_C)\times\left(\frac{b^2\mathbf{B}_1}{\mu\rho}\right)$$
$$\left.\left.+\frac{\varepsilon}{2}\nabla(\frac{bB_1}{\mu\rho})^2\right]\right\}=0\,. \tag{12}$$

Si $\mathbf{V}_C=\zeta\mathbf{B}_1$, entonces la ecuación (12) resulta

$$\nabla\times\left\{\left(\zeta-\frac{\varepsilon b}{\mu\rho}-a_E\frac{b^2\beta_0}{\mu\rho}\right)\mathbf{B}_1\times\mathbf{B}_0\right\}=0\,, \tag{13}$$

de donde se obtiene el valor de ζ

$$\zeta=\frac{\varepsilon b}{\mu\rho}\left(1+\frac{me\;b\;\beta_0}{e}\right)\,. \tag{14}$$

De la misma manera puede trabajarse la ecuación de movimiento

$$[(\mathbf{V}-\mathbf{V}'_g)\cdot\nabla]\,(\mathbf{V}-\mathbf{V}'_g)=-\frac{\nabla p}{\rho}+\frac{\mathbf{J}}{\rho}\times\mathbf{B}$$
$$-a_E\left(\frac{\mathbf{J}}{\rho}\cdot\nabla\right)\frac{\mathbf{J}}{\rho}\,. \tag{15}$$

Utilizando identidades vectoriales resulta

$$[\nabla\times(\mathbf{V}-\mathbf{V}'_g)]\times(\mathbf{V}-\mathbf{V}'_g)+\frac{\nabla}{2}\left|(\mathbf{V}-\mathbf{V}'_g)\right|^2=$$
$$-\frac{\nabla p}{\rho}+\frac{\mathbf{J}}{\rho}\times\mathbf{B}-a_E\left\{\left[\nabla\times(\frac{\mathbf{J}}{\rho})\right]\times\frac{\mathbf{J}}{\rho}\right\}$$
$$-\frac{a_E}{2}\nabla\left|(\frac{\mathbf{J}}{\rho})\right|^2. \tag{16}$$

Tomando rotor de la ecuación (16), reemplazando la relación entre las perturbaciones en velocidad y campo de inducción magnética y el valor de la velocidad de grupo, se obtiene una ecuación para hallar el valor de β_0:

$$\beta_0^2+\zeta\beta_0-\frac{1}{\mu\rho_0}=0, \tag{17}$$

reemplazando ζ

$$\beta_0^2\left(1+\frac{\varepsilon b^2}{\mu\rho}\frac{me}{e}\right)+\frac{\varepsilon b}{\mu\rho}\beta_0-\frac{1}{\mu\rho_0}=0. \tag{18}$$

El valor de β_0 resulta

$$\beta_0=\frac{\mu\rho\;e}{(\mu\rho\;e+b^2\varepsilon\;me)}\left[\frac{-\varepsilon b}{2\mu\rho}\right.$$
$$\left.\pm\frac{1}{\sqrt{\mu\rho}}\sqrt{\left(\frac{b^2\varepsilon^2}{4\mu\rho}+\frac{b^2a_E}{\mu\rho}+1\right)}\right]. \tag{19}$$

Reemplazando en la ecuación (7) se obtiene el valor de la velocidad de grupo

$$\mathbf{V}'_g=\mathbf{V}_0+\mathbf{B}_0\left\{\frac{\mu\rho\;e}{(\mu\rho\;e+b^2\varepsilon\;me)}\left[\frac{\varepsilon b}{2\mu\rho}\right.\right.$$
$$\left.\left.\pm\frac{1}{\sqrt{\mu\rho}}\sqrt{\left(\frac{b^2\varepsilon^2}{4\mu\rho}+\frac{b^2a_E}{\mu\rho}+1\right)}\right]\right\}. \tag{20}$$

Reemplazando en la ecuación (8) se obtiene la relación entre las perturbaciones en velocidad y campo de inducción magnética

$$\mathbf{V}_1=\mathbf{B}_1\left[\frac{\varepsilon b}{2\mu\rho}\pm\frac{1}{\sqrt{\mu\rho}}\sqrt{\left(\frac{b^2\varepsilon^2}{4\mu\rho}+\frac{b^2a_E}{\mu\rho}+1\right)}\;\right]. \tag{21}$$

Para que se satisfaga la ecuación (16), una cantidad física en la región perturbada debe ser constante. Esta cantidad física se identifica como $\mathscr{P}_*$

$$\mathscr{P}_*=\frac{p}{\rho_0}+\frac{a_Eb^2B_1^2}{2\rho_0^2\mu^2}+\frac{|\beta_0\mathbf{B}+\zeta\mathbf{B}_1|^2}{2}. \tag{22}$$

Los términos inerciales traen como consecuencia que la velocidad de grupo de las ondas de Alfvén es dependiente de la constante de proporcionalidad b entre la densidad de corriente y su rotor, como en el caso con término de Hall, y de la cantidad relacionada con a_E. Cuando no se tienen en cuenta los términos inerciales, se reobtiene el valor de la velocidad de grupo para las ondas de Alfvén en HMHD en plasmas uniformes [13]. Además, a partir de la condición de proporcionalidad entre la densidad de corriente y su rotor, tomando rotor en la ecuación (8) se obtiene una relación entre la perturbación en vorticidad ω y la perturbación en densidad de corriente $\mathbf{J}$ similar a la que también existe para las ondas de Alfvén en campos uniformes con y sin término de Hall,

$$\omega=(\beta_0+\zeta)\mu\mathbf{J}\,. \tag{23}$$

En el límite linealizado cuando se desarrolla la perturbación en ondas planas, considerando $\mathbf{V}_0=0$, se obtiene la siguiente relación de dispersión

$$\omega^*=\frac{1}{(1+b^2de^2)}\left[\frac{\varepsilon b}{2\mu\rho}(\mathbf{B}_0\cdot\mathbf{k})\right.$$
$$\left.\pm\sqrt{\left(\frac{b^2di^2}{4}+b^2de^2+1\right)\frac{(\mathbf{B}_0\cdot\mathbf{k})^2}{\mu\rho}}\right] \tag{24}$$

donde de y di son la profundidad de penetración para electrones e iones, respectivamente. Estas cantidades valen $de^2=me/(e^2n\;\mu)=a_E/(\mu\rho)$ y $di^2=mi/(e^2n\;\mu)=\varepsilon^2/(\mu\rho)$. Nótese que $di\gg de$ y, en consecuencia, la relación de dispersión toma el aspecto

$$\omega^*=\frac{\omega_{Hall}}{(1+b^2de^2)}. \tag{25}$$

donde ω_{Hall} es el valor hallado para el caso HMHD ([13]), con $b^2=|\mathbf{k}|^2$. Se obtienen dos casos límite, dependiendo de si $b^2de^2 \ll 1$ o si $b^2de^2 \gg 1$. En el primer caso, resulta ser ω_{Hall} que tienden a las ondas de whistler de la aproximación de plasma frío. En el segundo caso puede verse para propagación paralela al campo de fondo, que $\omega^* \gg \Omega_i$ y $\omega^* \approx \Omega_e$, donde Ω_i y Ω_e son la girofrecuencia de los iones y electrones, respectivamente. Como se trata de ondas que se propagan en la dirección del campo magnético de fondo y, en el límite de plasma frío en ese intervalo sólo se encuentran las ondas electromagnéticas, se las cataloga también como ondas whistler, de acuerdo con Zhang et al. (1999) [14]. En estos valores de frecuencias, estas ondas han sido detectadas en las regiones de la magnetósfera terrestre donde es válida esta aproximación, durante mediciones de varias misiones espaciales, por ejemplo del "Magnetospheric Multiscale spacecraft"(MMS). Referencias de mediciones de ondas con dirección de propagación cercana a la del campo magnético de fondo medidas por MMS, pueden encontrarse en el trabajo de Vörös et al.(2019) [15].

La ecuación (24) es la misma relación de dispersión que obtienen Abdelhamid et al.(2016) utilizando una metodología Hamiltoniana [16]. Existen dos aspectos a remarcar que diferencian los resultados de este trabajo y sus antecedentes en [13] de los de Abdelhamid et al. (2016)[16]. Ellos [16] encuentran para el límite HMHD que solamente se propaga la onda con polarización derecha, como sucede con los whistlers en el límite de plasma frío. En contraposición, imponiendo las condiciones de onda de Alfvén, Sallago y Platzeck (2004) [13] mostraron que pueden propagarse ondas con los dos tipos de polarización circular (ver, [13]). También Abdelhamid et al.(2016)[16] afirman que los paquetes de onda se deforman mientras se propagan, o sea que se comportan distinto de los solitones. Sin embargo, a pesar que estén presentes términos dispersivos, se pueden construir (a partir de soluciones linealizadas) paquetes de onda que se propaguen sin deformarse, siempre que los vectores de onda tengan el mismo $|\mathbf{k}|$, como mostraron anteriormente Sallago y Platzeck(2004) para la velocidad de grupo de las ondas de Alfvén en HMHD [13].

En el caso que se encuentra en estudio en este trabajo, de la ecuación (24), tomando $|\mathbf{k}|$ como un valor constante, se obtiene la velocidad de grupo independiente de la dirección del vector de onda:

$$\mathbf{V}_g = \nabla_k \omega^*|_{|k|=constante} = \frac{1}{(1+|k|^2de^2)}\left[\frac{\varepsilon|k|}{2\mu\rho}\mathbf{B}_0 \pm \frac{\mathbf{B}_0}{|\mathbf{B}_0|}\sqrt{\left(|k|^2\frac{di^2}{4}+|k|^2de^2+1\right)\frac{|\mathbf{B}_0|^2}{\mu\rho}}\right]. \tag{26}$$

Esta velocidad de grupo es la misma que la hallada en la ecuación (20), si la velocidad de fondo se toma igual a cero.

Finalmente, cuando no se tienen en cuenta los términos inerciales, la velocidad de grupo y la relación entre las perturbaciones en velocidad y campo de inducción magnética toman los valores encontrados en la solución con término de Hall [13], la cantidad $\mathscr{P}_*$ en la ecuación (22) se reduce a la presión total generalizada $\mathscr{P}^*$ [13] que vale

$$\mathscr{P}^* = \frac{p}{\rho_0} + \frac{1}{2}|a\mathbf{B} + \frac{\varepsilon b}{\mu\rho}\mathbf{B}_1|^2. \tag{27}$$

Esto sucede porque $\zeta \to \varepsilon b/\mu\rho$ y $\beta_0 \to a$, donde la cantidad a proviene de la expresión para la velocidad de grupo de las ondas de Alfvén con término de Hall, $\mathbf{V}'_{gHall} = \mathbf{V}_0 - a\mathbf{B}_0$.

III. CONCLUSIONES

En este trabajo se estudia de manera analítica, la propagación de ondas de gran amplitud que cumplan las condiciones de ondas de Alfvén de corte. Estas ondas son solución del sistema de ecuaciones de la MHD sin linealizar en el caso especial en que se tienen en cuenta los términos de Hall, gradiente de presión electrónica y términos inerciales en la ley de Ohm. La velocidad de grupo depende de la velocidad del plasma, del campo de inducción magnética de fondo, del parámetro b que realza la importancia del término de Hall y de la profundidad de penetración para los iones y electrones. La perturbación en densidad de corriente y su rotor satisfacen una relación de proporcionalidad, como sucedía en el caso de ondas de Alfvén en la magnetohidrodinámica con término de Hall. Se encuentra que estas soluciones corresponden a perturbaciones que se propagan como un paquetes de ondas, existe una relación entre las perturbaciones en velocidad y campo de inducción magnética, y además existe una cantidad física que permanece constante en la región perturbada. Cuando los términos inerciales se desvanecen, la solución coincide con la descripta para las ondas de Alfvén de gran amplitud en HMHD por Sallago y Platzeck (2004) [13].

REFERENCIAS

[1] F. Mottez, P. Zarka y G. Voisin. Repeating fast radio bursts caused by small bodies orbiting a pulsar or a magnetar. Astronomy & Astrophysics **644,** A145 (2020).

[2] P. Kumar y Ž. Bošnjak. FRB coherent emission from decay of Alfvén waves. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society **494,** 2385-2395 (2020).

[3] Y. Yuan, A. M. Beloborodov, A. Y. Chen, Y. Levin, E. R. Most y A. A. Philippov. Magnetar Bursts Due to Alfvén Wave Nonlinear Breakout. The Astrophysical Journal **933,** 174 (2022).

[4] A. H. Sulaiman, W. S. Kurth, J. E. P. Connerney, S. S. Elliott, G. B. Hospodarsky, N. S. Kruegler, R. L. Lysak, J. D. Menietti, J. R. Szalay, F. Allegrini y S. J. Bolton. Io's Near-Field Alfvén Wings and Local Electron Beams Inferred From Juno/Waves. Geophysical Research Letters **51,** e2024GL110206 (2024).

[5] N. Romanelli, C. M. Fowler, G. A. DiBraccio, J. R. Espley y J. S. Halekas. *Alfvén Waves at Mars* ISBN: 9781394195985 (American Geophysical Union (AGU), 2024).

[6] Z. Huang, N. Sioulas, C. Shi, M. Velli, T. Bowen, N. Davis, B. D. G. Chandran, L. Matteini, N. Kang, X. Shi, J. Huang, S. D. Bale, J. C. Kasper, D. E. Larson, R. Livi, P. L. Whittlesey, A. Rahmati, K. Paulson, M. Stevens, A. W. Case, T. D. de Wit, D. M. Malaspina, J. W. Bonnell, K. Goetz, P. R. Harvey y R. J. MacDowall. New Observations of Solar Wind 1/f Turbulence Spectrum from Parker Solar Probe. The Astrophysical Journal Letters **950,** L8 (2023).

[7] E. R. Priest. *Solar Magnetohydrodynamics* (Springer, 1982).

[8] H. A. Ovenden C. R. ; Shah y S. J. Schwartz. Alfvén solitons in the solar wind. Journal of Geophysical Research: Space Physics **88,** 6095-6101 (1983).

[9] F. M. Wolf-Gladrow Dieter A. an; Neubauer y M. Lussem. Io's interaction with the plasma torus: A self-consistent model. Journal of Geophysical Research: Space Physics **92,** 9949-9961 (1987).

[10] O. A. Pokhotelov, D. O. Pokhotelov, M. B. Gokhberg, L. Feygin F. Z.; Stenflo y P. K. Shukla. Alfvén solitons in the Earth's ionosphere and magnetosphere. Journal of Geophysical Research: Space Physics **101,** 7913-7915 (1996).

[11] N. Andrés, P. Dmitruk y D. Gómez. Influence of the Hall effect and electron inertia in collisionless magnetic reconnection. Physics of Plasmas **23,** 022903 (2016).

[12] K. Kimura y P. J. Morrison. On energy conservation in extended magnetohydrodynamics. Physics of Plasmas **21,** 082101 (2014).

[13] P. A. Sallago y A. M. Platzeck. Alfvén waves and wings in Hall magnetohydrodynamics. Journal of Geophysical Research: Space Physics **109** (2004).

[14] Y. Zhang, H. Matsumoto y H. Kojima. Whistler mode waves in the magnetotail. Journal of Geophysical Research: Space Physics **104,** 28633-28644 (1999).

[15] Z. Vörös, E. Yordanova, D. B. Graham, Y. V. Khotyaintsev e Y. Narita. MMS Observations of Whistler and Lower Hybrid Drift Waves Associated with Magnetic Reconnection in the Turbulent Magnetosheath. Journal of Geophysical Research: Space Physics **124,** 8551-8563 (2019).

[16] H. M. Abdelhamid y Z. Yoshida. Nonlinear Alfvén waves in extended magnetohydrodynamics. Physics of Plasmas **23,** 022105 (2016).