

Análisis de esfuerzos durante el contacto mecánico de materiales elásticos

Stress analysis during the mechanical contact of elastic materials

C. M. Rodriguez^{*a,b,c,d}, F.E.Gonzalez^{a,b}, G.A.Tarnowski^{a,b}, H. Bordón^{a,b}, M. R. Rosenberger^c, C. E. Schvezov^c

a- Laboratorio de Simulación Numérica y Ensayos Mecánicos (LabSE) (FI-UNaM), Oberá, Misiones, Argentina.

b- Centro de Estudios de Energía para el Desarrollo (CEED).

c- Instituto de Materiales de Misiones (IMAM) (UNaM-CONICET), Posadas, Misiones, Argentina.

d- Instituto Prof. J. Sabato – Comisión Nacional de Energía Atómica.

Recibido: 04/02/2016; aceptado: 13/09/2016

En este trabajo se calculan los esfuerzos resultantes en la región de contacto de dos materiales elásticos, a través del método de elementos finitos. Estos resultados se comparan con ecuaciones analíticas del modelo de Hertz. Se consideran dos sistemas de contacto para analizar: cilindro contra cilindro y cilindro contra plano. Para definir estos sistemas se realiza un modelo en dos dimensiones. Para el análisis se considera ambos sistemas como un contacto no conforme. Para validar el modelo se comparan los resultados del sistema con valores teóricos.

Se observó que los resultados obtenidos de las simulaciones convergen rápidamente a un valor que se estabiliza a medida que se reduce el tamaño de la malla en la región de contacto, el valor mínimo de los elementos que se utilizó es de 0,1 mm. Por otro lado, de la comparación del Método de elementos finitos con las ecuaciones analíticas se encontró que los errores relativos en las medidas de presiones de contacto tiene un valor que se encuentra entre 1 y 2 por ciento. Los errores relativos en las medidas correspondientes al semiancho de la zona de contacto alcanzan valores de hasta 2 por ciento con respecto al valor que se determina a partir de las ecuaciones de Heinrich Hertz.

Palabras Claves :Método de elementos finitos, Contacto de Hertz, Contacto no conforme.

In this work, the stresses are calculated in the region of contact of two elastic materials, through the finite element method. These results are compared with equations of Hertz. Two contact systems are considered to analyze, cylinder against cylinder and cylinder against plane. To define these systems is performed model in two dimensions. For the analysis, it considers both systems as a contact nonconforming. To validate the model results they are compared with theoretical values.

It was observed that the results of the simulations converge rapidly to a value which is stabilized as the mesh size in the contact region, the minimum value of the elements used is 0.1 mm. Furthermore, comparison of the finite element method with the analytical equations found that the relative errors in measurements contact pressure have values between 1 and 2 percent. The relative errors in measurements for the half-width of the contact area reach values of up to 2 percent with respect to the value determined from the equations of Hertz.

Key Word: Finite Element Method, Hertz Contact, Nonconforming Contact.

I. INTRODUCCIÓN

La mecánica del contacto estudia el contacto entre cuerpos elásticos, viscoelásticos o plásticos. Además, este contacto puede ser dinámico o estático.

En ingeniería mecánica es de vital importancia analizar el contacto de las partes de máquinas para el diseño de sistemas mecánicos seguros y eficientes. Por eso, la mecánica del contacto tiene una gran cantidad de aplicaciones a la ingeniería, como ser: sistemas de engranajes, ruedas de tren sobre un riel, rodamientos, sistemas de frenos, articulaciones, juntas, entre otras ⁽¹⁾.

El estudio del contacto ha permitido a los investigadores analizar, mediante diferentes métodos numéricos, este fenómeno para diferentes materiales y geometrías ^(2, 3, 4). Un fenómeno más complejo es el desgaste, donde si bien el contacto es uno de los más importantes, además se tienen fenómenos de fricción, deformación plástica, fatiga y fractura en diferentes grados dependiendo de los mecanismos de desgaste que intervienen. A tal punto es relevante el contacto que una de las formas de reducir el desgaste suele ser con la fabricación de piezas de materiales recubiertos. Por ese motivo obtener un modelo de desgaste de materiales recubiertos debe estar constituido por un buen modelo de contacto de materiales recubiertos.

Este trabajo se enfoca como un primer paso para desarrollar un modelo de desgaste, abordándose el problema de contacto. En el presente trabajo se estudian las deformaciones y tensiones que se presentan en el contacto estático, no conforme, de cuerpos elásticos. Se dice que existe contacto conforme cuando los dos cuerpos ajustan exactamente sus superficies en contacto, en caso contrario se define como un contacto no conforme ⁽⁵⁾.

Los sistemas de cuerpos seleccionados son: cilindro contra cilindro (contacto no conforme), cilindro contra plano (contacto no conforme).

Estos análisis se desarrollan para modelos en dos dimensiones. El análisis de los esfuerzos presentes durante el contacto entre dos cuerpos elásticos, que se presenta aquí usando el método de elementos finitos (MEF), es la etapa inicial de un estudio que comprende el análisis del desgaste mecánico.

Lo que se realizó en el presente trabajo es la comparación de los resultados obtenidos con el MEF y las ecuaciones analíticas que se encuentra en la bibliografía, con el objetivo de desarrollar modelos de contacto simples en los que se puedan evaluar diferentes parámetros del MEF, como por ejemplo, forma, tipo y tamaño de los elementos de la malla para relacionar costos de simulación y convergencia a los valores teóricos de los esfuerzos.

Para las condiciones analizadas se compararon los valores de semiancho de contacto y presiones de contacto con las ecuaciones desarrolladas por Heinrich Hertz ⁽⁵⁾.

II. MATERIALES Y MÉTODOS

Para los dos modelos se utilizaron materiales con las propiedades mecánicas que se indican en la Tabla 1. Por otro lado, en la Tabla 2 se indican las características generales que se utilizaron para desarrollar los modelos.

Como se mencionó anteriormente se realizaron dos modelos de contacto uno cilindro contra plano y otro cilindro contra cilindro.

En el primer modelo de contacto cilindro contra plano, se evalúa un primer caso: con un cilindro de Acero AISI 1045 y un plano de Aluminio AA6082. Un segundo caso: cambia el plano de AA6082 por un plano de AISI 1045 con un recubrimiento de AA6082 y como tercer caso se cambia el material del plano por un AA6082 recubierto con AISI 1045.

El segundo modelo de contacto, cilindro contra cilindro, contiene un cilindro de AISI 1045 y un cilindro de AA6082. En la Tabla 3 se indica las características geométricas de cada modelo y los casos evaluados.

Cada uno de los casos que se indican en la Tabla 3 se estudia mediante el MEF, en particular el caso 1 para ambos modelos de contacto se estudia también a partir de las ecuaciones de Hertz ⁽²⁾. A continuación se indican las ecuaciones propuestas por Hertz:

$$R^* = \frac{r_1 \cdot r_2}{r_1 + r_2}$$

R^* - Radio equivalente (mm).

r_i - radio de la pieza (mm).

Todo lo que aparece con subíndice 1 corresponde al "cilindro menor", mientras que todo lo que se indique con el subíndice 2 corresponde al "cilindro mayor o al plano" según al modelo que corresponda.

En el caso del contacto cilindro contra plano el r_2 se considera igual a infinito ya que el plano se considera como un cilindro de radio infinito.

$$E^* = \frac{2 \cdot E_1 \cdot E_2}{E_2 \cdot (1 - \nu_1) + E_1 \cdot (1 - \nu_2)}$$

Tabla I – Propiedades de los materiales ⁽⁶⁾		
Parámetro	Acero AISI 1045	Aluminio AA6082
Módulo de Elasticidad "E" (MPa)	206000	70000
Coefficiente de Poisson "ν"	0,29	0,33
Coefficiente de fricción	0,1	

E^* - Módulo de elasticidad equivalente (MPa).
 E_i - Módulo de elasticidad de la parte i (MPa).
 ν_1 - Coeficiente de Poisson de la parte i .

$$a = \sqrt{\frac{8 \cdot F \cdot R^*}{\pi \cdot B \cdot E^*}}$$

a - Semiancho de contacto (mm).
 F - Fuerza normal aplicada (N).
 B - Longitud del cilindro (mm).

$$p_{m\acute{a}x} = \sqrt{\frac{F_n \cdot E^*}{2 \cdot \pi \cdot B \cdot R^*}}$$

$p_{m\acute{a}x}$ - Presi3n de contacto m\acute{a}xima (MPa).

$$p = p_{m\acute{a}x} \cdot \sqrt{1 - \xi^2}$$

p - Presi3n de contacto en funci3n de ξ (MPa).
 ξ - Coordenada normalizada (adimensional).

La coordenada normalizada ξ se define como la relaci3n entre la coordenada cartesiana " x " en la zona de contacto y el semiancho de contacto " a ".

En la Figura 1 y en la Figura 2 se presentan esquem\aticamente los cuerpos en contacto donde se puede visualizar los ejes coordenados.

En la Figura 1 se presenta el esquema del dominio y su malla respectiva que se utiliz3 para el primer modelo de contacto, con una ampliaci3n de la regi3n de contacto. Adem\as en la Figura 2 se presenta el dominio y la malla usada en el segundo modelo de contacto.

Para estos an\alisis se utiliz3 el software de elementos finitos comercial Abaqus 6.12.

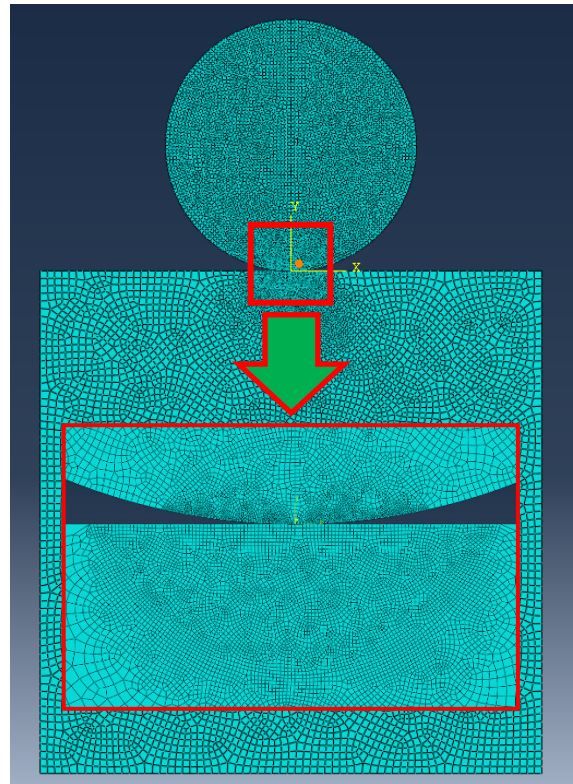


Figura 1- Primer modelo de contacto: Cilindro contra Plano, con detalles de la malla en la zona de contacto.

Tabla II – Características de los Modelos MEF	
Características del contacto	1. Contacto no conforme. 2. Contacto entre materiales elásticos. 3. Contacto estático.
Tipo de análisis	1. Material elástico lineal. 2. Inclusi3n de no linealidades geométricas. 4. Deformaci3n plana en dos dimensiones.
Tipo de elementos	elementos cuadriláteros: 1. cuadráticos. 2. lineales.

Modelo	Primer modelo de contacto: Cilindro – Plano “C-P”		Segundo modelo de contacto: Cilindro – Cilindro “C-C”		
	Cilindro 1	Plano	Cilindro 1	Cilindro 2	
Dimensiones: radio o ancho por alto (mm)	50	200x200	50	100	
Materiales	Caso 1	AISI 1045	AA6082	AISI 1045	AA6082
	Caso 2	AISI 1045	AISI 1045 - AA6082 (recubrimiento)	AISI 1045	AISI 1045 - AA6082 (recubrimiento)
	Caso 3	AISI 1045	AA6082 - AISI 1045 (recubrimiento)	AISI 1045	AA6082 - AISI 1045 (recubrimiento)

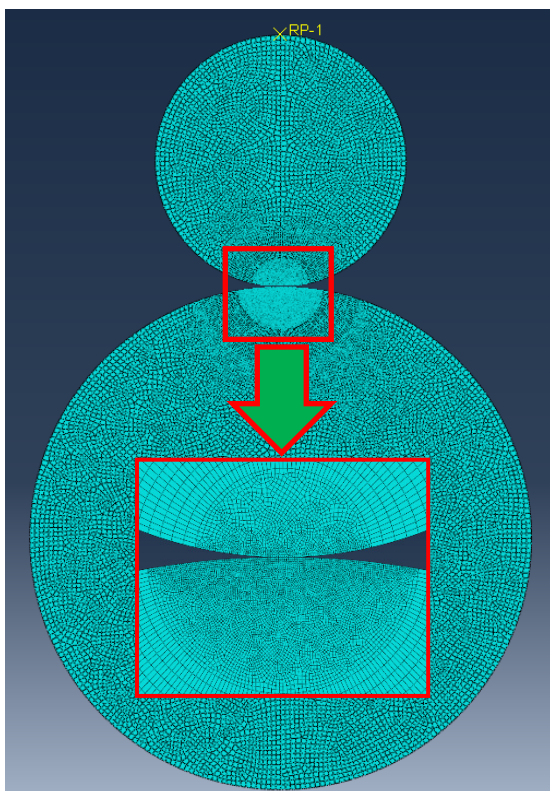


Figura 2 – Segundo modelo de contacto: Cilindro contra Cilindro, con detalles de la malla en la zona de contacto.

Una vez definidas las características geométricas de los modelos 2D, se definen la relación tensión deformación considerando a los materiales como sólidos elásticos (ver Tabla 1).

Se aplica una carga puntual de 35000 N en el punto superior del cilindro (punto de referencia “RP-1” que se muestra en la Figura 2 y su equivalente en la Figura 1) con dirección vertical hacia abajo.

Además, se definieron condiciones de contorno para restringir el desplazamiento de los materiales, imponiendo un empotramiento en la base del sólido que se encuentra en la parte inferior y permitiendo el desplazamiento a lo largo del eje y para los sólidos superiores.

Para generar el contacto este se realiza en dos pasos: en el primer paso se procede a generar un desplazamiento mínimo del sólido superior de manera de asegurar el contacto. En el segundo paso se procede dejar inactivo este desplazamiento y se aplica la totalidad de la carga de manera paulatina en forma de rampa.

En zona de contacto la interacción es superficie – superficie donde la superficie maestra está en el sólido inferior en ambos casos y la superficie esclava se encuentra en el sólido superior.

Para la formulación de la fricción se utiliza la formulación penalización mediante el método superficie – superficie provista por el software abaqus.

Para el mallado del sistema se utilizan elementos cuadrados de técnica libre, en la resolución de un problema de deformación plana. Los tipos de elementos

que se usan para los modelos son cuadráticos y lineales resueltos a partir del método de integración reducida⁽⁷⁾.

En la Figura 3 se puede observar un esquema correspondiente al primer modelo de contacto para los casos 2 y 3 donde se indican las partes principales.

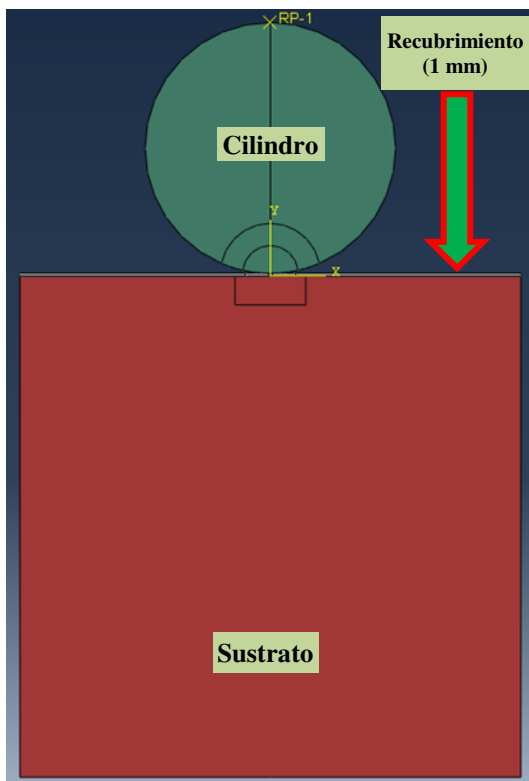


Figura 3 – Primer modelo de contacto: Cilindro contra Plano (casos 2 y 3).

III. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

A partir de las ecuaciones analíticas que se presentaron previamente se determinaron los valores de:

- a – Semiancho de contacto (mm).
- $p_{m\acute{a}x}$ – Presi3n de contacto máxima (MPa).

En la Tabla 4 se presentan los valores para cada uno de los sistemas de contacto, a partir de los cuales se valid3 el modelo. Estos valores fueron obtenidos a partir de las ecuaciones de Hertz y mediante el uso del MEF.

Los valores del semiancho de contacto calculados con el MEF se indican en un intervalo, esto se debe a que las medidas se realizaron en dos nodos consecutivos, en donde el primer nodo presentaba valores de presiones de contacto y en su consecutivo se hacía igual a cero.

En la Figura 4 se presenta un esquema del contacto entre un cilindro y un plano, donde se puede ver que las presiones de contacto máximas se producen en el eje de simetría y, la coordenada normalizada se define como $\xi = x/a$ (para $y = 0$).

Modelo de contacto		C-P	C-C
Fuerza Normal aplicada (N)		35000	
Caso 1 (Hertz)	a (mm)	6,19	5,05
	$p_{m\acute{a}x}$ (MPa)	3601,7	4411,2
Caso 1 (MEF)	a (mm)	$6,11 < a < 6,16$	$5,02 < a < 5,10$
	$p_{m\acute{a}x}$ (MPa)	3638	4432
Error relativo (%)	$p_{m\acute{a}x}$ (MPa)	1	0,5

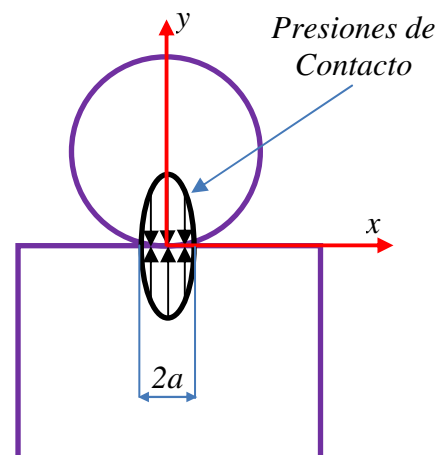


Figura 4 – Geometría y Presiones de contacto en un sistema cilindro contra plano.

En la Figura 5 se puede observar la presi3n de contacto en funci3n de la coordenada normalizada (o su equivalente el semiancho de contacto a obtenido a partir de las ecuaciones de Hertz) para el primer modelo de contacto. El gráfico se realiz3 a partir de las ecuaciones de Hertz y se las compara con los resultados obtenidos con el MEF, utilizando elementos lineales y cuadráticos resueltos con el m3todo de integraci3n reducida. Se observa que los valores de las presiones de contacto con el MEF ajustan bien con respecto a los valores obtenidos con las ecuaciones de Hertz hasta un valor de 0,4 veces el valor de la coordenada normalizada, a partir de este punto el error se incrementa paulatinamente. Estos resultados no coinciden con los calculados por Konter⁽²⁾, que para valores altos de la coordenada normalizada poseen una mayor dispersi3n con respecto a los valores analíticos de las presiones de contacto. Mientras que en los modelos que se presentan en la Figura 4, para valores altos de la coordenada normalizada no existe dispersi3n alrededor de los valores analíticos de las presiones de contacto pero si se observa un mayor desvío. El cambio abrupto entre los últimos dos puntos de las curvas obtenidas con el MEF se debe a la manera en que se midi3 la coordenada generalizada (utilizando las ecuaciones de Hertz).

Se observa tambi3n que los valores obtenidos utilizando elementos lineales o cuadráticos son muy

parecidos, sin embargo el tiempo de simulación es un 20% mayor con elementos cuadráticos

Se puede ver en el caso 2, para ambos modelos de contacto, que para recubrimientos de Aleación AA con

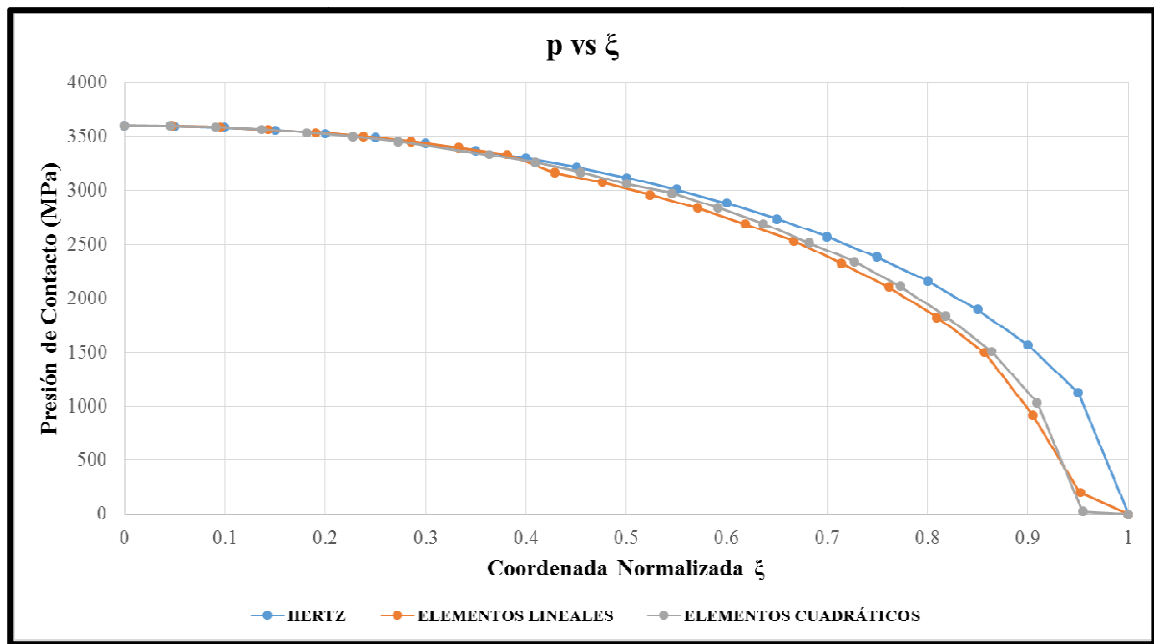


Figura 5– Distribución de las Presiones de contacto en función de la coordenada normalizada.

En la Tabla 5 se presentan los tamaños de los elementos en la región de contacto para los dos modelos, además se indican los valores del semiancho de contacto y la presión máxima para los casos 2 y 3 de cada uno de los modelos de contacto.

una matriz de Acero produce presiones de contacto máximas mayores, pero un semiancho de contacto menor.

En el caso 3 se observa un incremento menor que en el caso 2 en los valores de las presiones de contacto

Modelo de Contacto		Primero: Cilindro – Plano “C-P”	Segundo: Cilindro – Cilindro “C-C”
Caso 1	Tamaño de la malla mínimo en la región de contacto (mm)	0,1	0,2
	Semiancho de contacto a (mm)	$6,11 < a < 6,16$	$5,02 < a < 5,10$
	Presión de contacto máxima $p_{máx}$ (MPa)	3638	4432
Caso 2	Tamaño de la malla mínimo en la región de contacto (mm)	0,1	0,2
	Semiancho de contacto a (mm)	$4,72 < a < 4,77$	$4,03 < a < 4,13$
	Presión de contacto máxima $p_{máx}$ (MPa)	4820	5804
Caso 3	Tamaño de la malla mínimo en la región de contacto (mm)	0,1	0,2
	Semiancho de contacto a (mm)	$5,81 < a < 5,86$	$4,72 < a < 4,82$
	Presión de contacto máxima $p_{máx}$ (MPa)	3714	4535

máximas y un semiancho de contacto menor.

También se ve que un sustrato de acero y un recubrimiento de aluminio generan presiones de contacto muy elevadas en el sistema, esto se debe a que

el sustrato del plano o el cilindro 2 son los que absorben la mayor parte de las presiones de contacto.

Por otro lado, en un recubrimiento de acero y un sustrato de aluminio se producen tensiones similares al caso 1. Esto se produce debido a que las presiones de

contacto se absorben casi completamente en el espesor del recubrimiento.

IV. CONCLUSION

Utilizando el MEF se validaron las ecuaciones de contacto de Hertz de manera consistente para dos modelos básicos, cilindro contra plano y cilindro contra cilindro. Los errores relativos en las medidas de las presiones de contacto máximas no superan el 1%, mientras que el error relativo máximo en la medida del semiancho de contacto es menor al 2%.

Además, se observa que las curvas definidas a partir de elementos lineales o cuadráticos en la medida de las presiones de contacto, poseen un buen ajuste para valores pequeños (menor a 0,4) de la coordenada normalizada pero el desvío es mayor para valores altos (mayor a 0,6) de la coordenada normalizada.

El tiempo de simulación es menor cuando se utilizan elementos lineales para el mallado, pero hay que tener en cuenta que el error relativo en la medida del semiancho de contacto se incrementa.

REFERENCIAS

1. B. Lorenz. Contact Mechanics and Friction Elastic Solids on Hard and Rough Substrates: Schriften des Forschungszentrums Jülich Reihe Schlüsseltechnologien / Key Technologies, 37, (2012).
2. A. W. A. Konter. Advanced Finite Element Contact Benchmarks. FENET, Report: FENET - UNOTT - DLE - 09, 3-14, (2005).
3. D. Sanchez, J. C. Pérez Cerdán, A. R. Martín. Análisis de tensiones en piezas mecánicas de geometría cilíndrica utilizando el método de los elementos finitos., 136-174 (2011).
4. F. Penneç, H. Achkar, D. Peyrou, R. Plana, P. Pons, et al.. Verification of contact modeling with consol multiphysics software. Rapport LAAS n07604. 2007.
5. K. L. Johnson. Contact Mechanics: Cambridge University press, 84-104 (2003).
6. MatWeb-Material property data: <http://www.matweb.com/>.
7. P. Wriggers. Computational Contact Mechanics. John Wiley & Sons - LTD, 42, 161-194 (2002).