BANCO DE PRUEBAS PARA VÁLVULAS CARDÍACAS ARTIFICIALES EXPERIMENTAL SET-UP TO TEST ARTIFICIAL HEART VALVES

F. Prandi, C. E. Schvezov, M. R. Rosenberger

Programa de Materiales Modelización y Metrología (PMMM), Instituto de Materiales de Misiones. Universidad Nacional de Misiones. Félix de Azara 1552. Posadas. Misiones, Argentina e-mail: fedprandi@gmail.com, rrmario@fceqyn.unam.edu.ar, schvezov@fceqyn.unam.edu.ar

Recibido: 19/12/13 - Aceptado 26/06/13

Se construyeron un banco de pruebas hidráulico y un manómetro diferencial para medir el desempeño de una nueva prótesis de válvula cardíaca mecánica. La válvula es una válvula de retención, en un diseño desarrollado en el grupo hace varios años y consta de un anillo circular externo y tres valvas que basculan sobre un eje sujeto al anillo, de tal forma, que se abren replegándose desde el centro hacia la periferia, en forma similar a una válvula natural. Se midió la caída de presión con la válvula totalmente abierta y solamente con el anillo de soporte exterior, para números de Reynolds variando desde 500 a 3000. También, se analizó el comportamiento del flujo mediante inyecciones de tinta en los diferentes caudales, lo que permitió detectar las alteraciones en él debidas a la presencia de la válvula. Los valores de caía de presión estuvieron en el rango entre 7,7x10⁻⁴ y 1,2x10⁻² mmHg. Se constató que en el régimen laminar la caída de presión tiene un comportamiento lineal; echo que no se observó en el régimen turbulento, en donde las caídas de presión no varían en forma proporcional con los cambios en el caudal. La caída de presión debida a la válvula abierta es mayor frente a la ofrecida por anillo externo, la relación entre caída de presión en mmHg y Reynolds es de 6,9x10⁻⁶ para la válvula abierta y 1,13x10⁻⁶para el anillo externo (en el rango laminar). Se concluye que el dispositivo construido es adecuado para estudiar el comportamiento del flujo a través de la válvula y medir las caídas de presión con diversos prototipos.

Palabras Claves: Próstesis de válvula cardiaca mecánica, Caída de presión, Número de Reynolds

An experimental set-up to study the flow across a new design of mechanical heart valve was built and tested. The set-up include a differential manometer to measure the small pressure drop across the valve which consisted of a circular ring which holds three leaflets with an opening which resembles that of a natural valve. The pressure drop across the valve in a full opening position and with the ring only, was measured for Reynolds number between 500 and 3000. In addition, the flow pattern of the flow after passing the valve was observed using ink injection. The pressure drops were in the range of 7.7×10^{-4} to 1.2×10^{-2} mmHg; these low values were measured with a special device which is described with details in the present paper. In particular, it is shown a linear relation between pressure drop and Reynolds number during the laminar flow and a deviation from linearity for turbulent flows. The linearity of pressure drop in mmHg with Reynolds number in the laminar regime has a constant of proportionality of 6.9×10^{-6} for the open valve and of 1.13×10^{-6} for the ring only. The results show that the experimental set-up is suitable for measuring pressure drops in flows across mechanical heart valves which reproduce the values obtained by numerical modeling.

Key Words: mechanical heart valve, pressure drop, Reynolds number

I. INTRODUCCIÓN

El presente trabajo se enmarca dentro de un proyecto más amplio ya en curso, que consiste en el desarrollo de un nuevo diseño de prótesis de válvula cardíaca, mostrado en la Figura 1. Las actividades experimentales que se detallan aquí surgen como respuesta a la necesidad de verificar los resultados obtenidos mediante modelización por computadora del flujo de fluidos.

Una válvula cardíaca es un órgano que actúa como una válvula de retención de la sangre para permitir el flujo de sangre solamente en un sentido. No posee mecanismos motrices sino que responde a diferencias de presión entre la zona aguas arriba y aguas debajo de la misma. El generador de la diferencia de presión es el corazón a raíz de su movimiento de contracción y distensión periódico. En los casos en que alguna de las 4 válvulas nativas del corazón se deteriore, debido a enfermedades, una de las medidas adoptadas es el

reemplazo de la válvula nativa dañada por una prótesis artificial. Esta prótesis artificial debe reunir diversos requisitos para asegurar un servicio confiable al portador de la misma.

Analizado desde un punto de vista del flujo de fluidos, una prótesis de válvula cardíaca debe reunir ciertas características en cuanto a su diseño para provocar la menor caída de presión posible en la circulación del fluido y una mínima distorsión del flujo, evitando la generación de elevados gradientes de velocidad y de esfuerzos cortantes, ya que los mismos pueden dañar los elementos biológicos presentes en la sangre. La prótesis presentada aquí consta de un anillo soporte que tiene dos funciones: una permitir la sujeción de la prótesis al tejido del corazón, luego de extirpar la válvula nativa, y otra de ser el punto de apoyo para permitir el movimiento de rotación de las valvas oclusoras del fluido. Las valvas oclusoras son en

número de tres y se repliegan desde la periferia al centro para controlar el flujo de fluidos. Cuando se reúnen en el centro obturan el flujo y cuando se mueven hacia la periferia dejan descubierto el paso permitiendo el flujo franco de fluido, ver Figura 2.a.

Las pruebas en banco hidráulico comprenden el estudio del flujo que atraviesa la válvula en condiciones de flujo a velocidad constante, y es un método efectivo y simple para determinar la performance de la prótesis [1]. Este tipo de análisis es una etapa anterior a los ensayos realizados bajo condiciones de flujo pulsátil, el cual es parte del protocolo solicitado por la Food and Drug Administration (FDA) de los Estados Unidos para la aprobación de una nueva prótesis principalmente para evaluar la durabilidad y respuesta dinámica de la prótesis [2] y no así el flujo de fluidos. En el estudio durante el flujo en estado estacionario se observa la diferencia de presión en los planos anterior y posterior de la válvula y las líneas de flujo. Para la observación de las líneas de flujo se utilizan técnicas de tintas, burbujas o partículas trazadoras [1, 3, 4], este método puede complementarse con técnicas para medir la velocidad de la partícula y poder calcular gradientes de velocidad y esfuerzos de corte [1]. Las pruebas en banco hidráulico detectar problemas de turbulencia, recirculación de fluido, reflujo con válvula cerrada [5] o incluso cavitación relacionada con las válvulas [6].

II. Diseño de los experimentos

Para probar las prestaciones de la prótesis diseñada se construye un banco de pruebas para analizar la distorsión del flujo de fluidos y obtener los valores de la caída de presión debidas al prototipo de la válvula. Una condición crítica que debe evaluarse es cuando las valvas están ubicadas en la periferia en la posición de máxima apertura. Adosando un manómetro diferencial al banco de pruebas se puede medir también la caída de presión en el prototipo.

Otra condición que puede ser estudiada es la influencia del anillo soporte, para ello se quitan las valvas de la prótesis para que se pueda ensayar únicamente el anillo, ver Figura 2.

Si bien las condiciones de operación de la prótesis son con un flujo pulsátil, los ensayos se realizan con un flujo constante, tanto en régimen laminar como turbulento, pues dan información que puede utilizarse para la comparación entre otros diseños de prótesis de una manera más simple.

Según estimaciones efectuadas mediante el modelado [7] la caída de presión debida a la prótesis es del orden de las milésimas de milímetro de mercurio (10⁻³ mmHg). Dadas las dificultades de diversa índole que se presentan a la hora de adquirir e importar un instrumento con la resolución necesaria para detectar diferencias de presión de este orden, se decidió diseñar y construir un manómetro de columna de líquido para el caso.

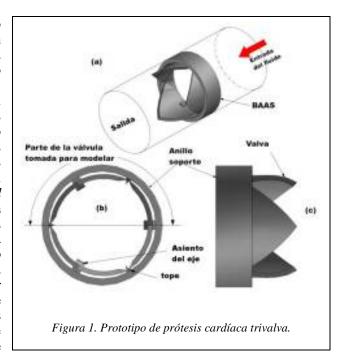






Figura 2. Vistas del prototipo de la prótesis de válvula cardiaca, (a)válvula abierta, (b)anillo soporte sin las valvas.

Construcción del manómetro

La sensibilidad necesitada condicionó tanto al diseño como a los fluidos a utilizar. Se debió descartar el uso de mercurio (ya que serían difícilmente apreciables las diferencias en la altura esperadas) para utilizar en su lugar aceite de cocina, dada su menor diferencia de densidad con el agua y su disponibilidad.

Se dispuso entonces de un tubo plástico de PVC transparente dispuesto en forma de U invertida sobre un soporte vertical de madera (en el cual se ha pegado papel milimetrado) y cuyas dos extremidades se conectan a los puntos entre los cuales se busca medir las diferencias de presión, tal como se muestra en la Figura 3. De esta manera las columnas de aceite flotan libremente encerradas en la parte superior del manómetro, sobre dos columnas de agua que se conectan a los diferentes puntos de medición del banco de pruebas. En la parte superior se instaló un purgador para eliminar las eventuales burbujas de aire que pudieren alterar la medición.

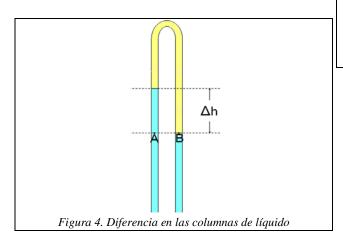


Figura 3. Manómetro diferencial.

En base a mediciones en el laboratorio, utilizando una balanza electrónica, un matraz aforado de 100 ml y agua destilada, se halló que un volumen de aceite $V = 8,551 \text{ cm}^3$ tiene una masa m = 8,1210 g. Teniendo en cuenta que los métodos empleados conllevan para la obtención del volumen un error de $\Delta V = \pm 0,1 \text{ cm}^3$ y para la masa un error de $\Delta m = \pm 0,0005 \text{ g}$; la densidad del aceite teñido es:

$$d = 0.9497 \text{ g/cm}^3 \pm 0.0112 \text{ g/cm}^3$$
 (1)

Cabe señalar que la temperatura medida en el laboratorio al momento de realizar estas mediciones fue de $24\,^{\circ}\mathrm{C}$.



Para hallar la relación entre la diferencia en las alturas observadas en las columnas de líquido en el manómetro y los cambios en la presión, consideremos la situación que se muestra en la Figura 4. Si tomamos como referencia el nivel de la interfase agua-aceite del punto B, se tiene que en el punto B la presión de agua soporta el peso de una columna de aceite, mientras que la presión en el punto A es tal que soporta el peso de una

columna de aceite, algo menor, más el de una columna de agua (por ende la presión aquí es mayor).

Con estas consideraciones se llega a

$$\Delta P = \Delta h.g. \left(d_{agua} - d_{aceite} \right)$$
 (2)

Si utilizamos esta expresión para predecir el valor de Δh esperado para una caída de presión ΔP del orden de 10^{-3} mmHg., donde (a 24 °C):

$$d_{agua} = 0.9978 \ g/cm^3 = 0.9978 \times 10^3 \ kg/m^3$$

 $d_{aceite} = 0.9497 \ g/cm^3 = 0.9497 \times 10^3 \ kg/m^3$
 $\Delta P = 0.001 \ \text{mmHg} \equiv 0.133 \ \text{Pa}$,

se tiene que

$$\Delta h = \frac{0,133 \, kg.m/s^2.m^2}{9,81 \, m/s^2.(0,9978 \times 10^3 \, kg/m^3 - 0,9497 \times 10^3 \, kg/m^3)} = 2,81 \times 10^{-4} \, m = 0,281 \, mm$$

Con el fin de aumentar la resolución, se decidió inclinar el manómetro. Como se puede apreciar en la Figura5, se tiene que

$$sen\theta = \frac{\Delta h}{\Delta l} \implies \Delta h = \Delta l \ sen\theta$$
 (3)

La resolución del instrumento aumentará con el valor de Δl , el cual crece a medida que el ángulo θ disminuye (para un valor dado de Δh).

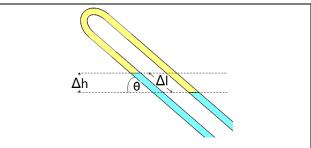


Figura 5. Columnas de líquido inclinadas un ángulo θ respecto a la horizontal

Se construyó un soporte lateral que permitió inclinar el manómetro a 12º respecto a la horizontal, lo que proporciona un considerable aumento en las lecturas respecto al instrumento en posición vertical (superior al 300%). Se tiene entonces que, combinando las expresiones (2) y (3):

$$\Delta P = \Delta l.sen\theta.g.(d_{agua} - d_{aceite})$$

expresión que relacionará los valores Δl medidos de la columna de líquido con la caída ΔP las presiones. Así, una caída de presión de 10^{-3} mmHg representa un valor de $\Delta l \approx 1,4$ mm, lo cual es mayor que el mínimo de la escala del instrumento (1mm). De igual manera las lecturas se efectúan por simple inspección ocular como también mediante el uso de cámara fotográfica que permite luego confirmar y precisar los valores obtenidos.

Reemplazando por los valores conocidos, se tiene finalmente

$$\Delta P = \left(98, 1 \frac{Pa}{m}\right) \cdot \Delta l \tag{4}$$

donde ΔP se obtiene en pascales, si Δl está en metros.

En cuanto al rango máximo de operación, se tiene que la máxima diferencia de alturas apreciable en las columnas de líquido es de 0,34 metros (con el manómetro en posición vertical), esto corresponde a una caída de presión de $\Delta P_{máx} = 1,26$ mmHg, por lo que éste será el límite superior de trabajo del manómetro.

Construcción del banco de pruebas

Se empleó un tubo transparente de PVC de 0,60 m. El tubo se dividió en su parte media para poder colocar desde allí los diferentes elementos a testear; luego se volvió a unir mediante un fino niple. A su vez, se conectaron dos espigas tee de 1' espaciadas 0,30 m antes y después del niple, que permiten la conexión al manómetro. En la Figura 6 se muestra un esquema aproximado del banco de pruebas.

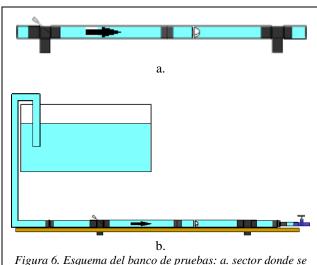


Figura 6. Esquema del banco de pruebas: a. sector donde se ubica el elemento a testear y b. vista general del equipo

Se colocó luego una aguja de jeringa en la tee ubicada aguas arriba, que posibilita la inyección de tinta durante la operación; este orificio se tapa con un tapón mientras se efectúan las mediciones de presión.

El dispositivo así constituido se montó sobre un soporte de madera horizontal, en modo de poder nivelarse mediante un nivel de burbuja. (Ver Figura 7)



Figura 7. Equipo montado sobre soporte, en posición horizontal

Luego de la segunda tee, siguiendo el sentido del flujo, se conectó una reducción y un tubo de ½, en el cual se instaló una llave de paso.

Para asegurar un caudal constante, se montó un reservorio elevado que provee el agua de manera

constante a través de un caño de 1', el cual se conecta a la primera de las espigas tee. De esta manera, el caudal queda así gobernado tan sólo por la llave de paso ubicada al final del dispositivo, que permite fijarlo en un valor deseado.

Con el objeto de poder comparar los resultados obtenidos con los predichos por el modelo matemático (en el cual se utiliza la sangre como fluido), es necesario establecer los caudales correspondientes para diferentes valores del número de Reynolds. Sabiendo que $Q = A.v \rightarrow v = Q/A$, se puede obtener el número de Reynolds en función del caudal mediante [8, 9, 10]:

$$Re = \frac{d.D.(Q/A)}{\mu}$$
 (5)

Si además consideramos que para un caño de sección circular $A = \pi$. $D^2/4$, se puede escribir la (5) como

$$Q = \frac{\pi . D. \mu. Re}{4d}$$
 (6)

expresión que permite obtener los valores de caudal correspondientes a diferentes números de Reynolds. Tomando como datos:

- $d = 0.9978 \text{ x} 10^3 \text{ Kg/m}^3 \text{ (densidad del agua a 24 °C)}$
- $D = 0.0245 \,\mathrm{m}$ (diámetro interior del caño)
- $\mu = 9.1 \times 10^{-4} \text{ Kg/(m.s)}$ (viscosidad corregida según temperatura, a 24°C)

se obtienen los siguientes valores de Q para diferentes números de Reynolds (Tabla 1):

| Tabal I. Relación entre el caudal y el número de | |
|--|----------------------|
| Reynods. | |
| Número de | Caudal (litros /min) |
| Reynolds | |
| 500 | Q = 0.53 litros/min |
| 1000 | Q = 1,06 litros/min |
| 1500 | Q = 1,59 litros/min |
| 1800 | Q = 1,91 litros/min |
| 2000 | Q = 2,12 litros/min |
| 2500 | Q = 2,65 litros/min |
| 3000 | Q = 3.18 litros/min |

Debido a la presencia de las conexiones en el interior del dispositivo, las cuales tienen un diámetro interno algo menor que el tubo de PVC, el valor Re=2000 no es alcanzable con un flujo laminar. Haciendo las consideraciones pertinentes, se obtiene que el máximo valor alcanzable para flujo laminar es Re=1800, lo que representa un caudal máximo de Q=1,9 litros/min.

Estos valores de caudal pueden ser medidos en el laboratorio mediante recipientes graduados y un cronómetro, para así fijar la apertura de la llave de paso al final del dispositivo.

Al momento de la operación se procede de la siguiente manera:

Previamente se debe fijar la temperatura en el laboratorio a 24°C, para evitar variaciones en la densidad de los fluidos respecto a las mediciones obtenidas.

Se monta el equipo sobre una superficie plana, en cercanías de un suministro de agua y de un desagüe.

A continuación:

- Desconectando los caños en el niple, se tiene acceso al lugar en donde se colocan los elementos a testear, como se muestra en la Figura 8. Primeramente se ubica allí el prototipo de la prótesis.
- 2. Se conecta nuevamente el caño.
- 3. Se llena el reservorio de agua. Se establece luego un flujo de agua dentro del caño, haciendo sifón desde la canilla, en el extremo del dispositivo. Regulando la apertura de la llave de salida, se podrá obtener el caudal deseado. Se fija el caudal correspondiente para Re = 500 según la Tabla 1.

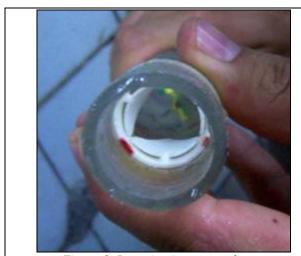
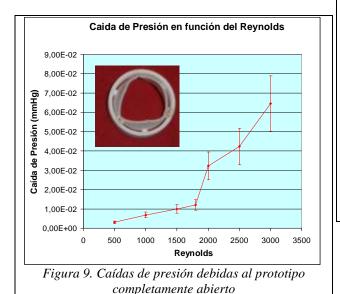


Figura 8. Prototipo inserto en el caño



4. Se conecta el manómetro en las conexiones tee del equipo, y se abren las llaves del mismo.

- Se deja circular el agua por el dispositivo hasta que ya no se observe movimiento en las columnas de aceite en el manómetro (aproximadamente 3 minutos).
- 6. Se verifica que no existan burbujas de aire en el dispositivo; en caso de existir se purgan.
- 7. Se efectúa la lectura de la diferencia en las columnas de líquido.
- 8. Se cierran las llaves del manómetro.
- Se deja circular el agua hasta que se vacíe el reservorio.
- Se desconectan los caños del niple para acceder al prototipo de la prótesis y se lo sustituye por el anillo exterior.
- 11. Se conecta el caño y se procede nuevamente desde el paso 3, sin modificar la apertura de la llave de salida (igualmente se controla aquí que el caudal no haya sufrido modificaciones). Se efectúa así la medición de la caída de presión debida a la presencia del anillo exterior de la prótesis.
- 12. Se desconectan los caños del niple para extraer el anillo exterior de la prótesis.
- 13. Se conecta nuevamente el caño y se procede desde el paso 3, controlando nuevamente que el caudal no haya sufrido modificaciones. Se efectúa así la medición sin prototipo alguno para cuantificar la pérdida de carga inherente al propio banco de pruebas, a fin de restar este valor de los ya obtenidos para la prótesis y el anillo

Efectuado esto, se repetirán los mismos pasos para cada uno de los restantes valores de Reynolds de la Tabla 1.

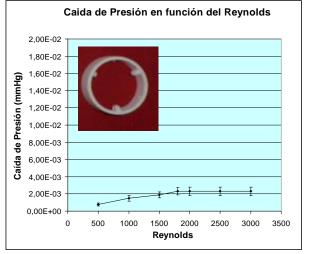


Figura 10. Caídas de presión debidas al anillo exterior de la prótesis

III. RESULTADOS

- Caída de presión debida a la prótesis

Se efectuaron dos repeticiones en las mediciones de las caídas de presión, arrojando idénticos resultados. Los valores obtenidos se muestran en los gráficos de las Figura 9 y 10, en función del Reynolds, para la válvula completamente abierta y para el anillo soporte, respectivamente. Para cada valor obtenido se grafican las barras de error, correspondientes a la propagación del error en la determinación en la densidad del aceite, que es la mayor fuente de error detectada.

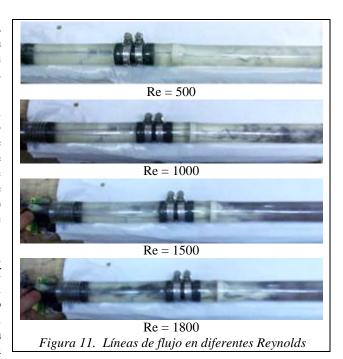
En la Figura 9 se observa un comportamiento lineal para el incremento en las caídas de presión en el tramo correspondiente al flujo laminar (aproximadamente hasta Re = 1800) con una pendiente de aproximadamente $m_1 = 6 \times 10^{-6}$ mmHg; este comportamiento cambia para valores mayores de Reynolds, (correspondientes al flujo de transición) donde se observa una pendiente mayor, en este tramo se tiene aproximadamente $m_2 = 4 \times 10^{-5}$ mmHg.

En la Figura 10 se muestra la caída de presión debida al anillo exterior de las prótesis. Se observa aquí también un aumento lineal con una pendiente m = 1 x 10⁻⁶ mmHg para el tramo correspondiente al flujo laminar. Para Re > 1800 aproximadamente, correspondiente a una mayor velocidad en el flujo, la curva se vuelve constante. Creemos que esto se debe a la presencia en el banco de pruebas de una conexión que une dos tramos del tubo transparente aguas arriba del anillo, que lo enmascara frente al flujo, es decir que, el anillo está dentro de la estela de la conexión mencionada, por lo tanto no representa un obstáculo apreciable. Esto constituye una limitación en el equipo a la hora de medir caídas de presión en flujos con Re > 1800 de accesorios pequeños ubicados cerca de la pared del tubo.

Flujo través de la prótesis

En base a la inyección de una pequeña cantidad constante de tinta en el flujo se observan diferentes comportamientos para distintos valores del número de Reynolds, que se muestran en la Figura 11 (en todos los casos el flujo es de izquierda a derecha).

En la Figura 11 se observa que para Re = 500 las líneas de tinta no se mezclan con el flujo de agua antes de tomar contacto con la prótesis, caracterizando el comportamiento laminar del flujo en este sector, mientras que evidencian una perturbación luego de atravesar el prototipo, aproximadamente luego de una distancia igual a dos diámetros. Para Re = 1000, se aprecia igualmente flujo laminar previo a la válvula, y perturbaciones posteriores a una distancia menor, aproximadamente a un diámetro del prototipo, caracterizando flujo de transición; también se puede ver que en este sector la mezcla de la tinta es más vigorosa que para Re = 500. Para Re = 1500 ya se aprecia que las líneas de tinta se separan más entre sí previamente a la válvula, aunque siguen sin mezclarse con el agua y muestran comportamiento laminar. Inmediatamente luego de atravesar la prótesis el comportamiento del flujo cambia, mezclando vigorosamente la tinta con el agua. Para Re = 1800, la tinta se mezcla con el agua inclusive previamente a la válvula, caracterizando flujo de transición



IV. CONCLUSIONES

- Los números de Re calculados son consistentes con el cambio de régimen de flujo laminar a turbulento observado en las líneas de corriente, y esto también se refleja en el cambio de relación entre caída de presión versus Re.
- El banco de pruebas construido es apropiado para medir caídas de presión y visualizar características del flujo.
- La sensibilidad del manómetro es aceptable para medir los niveles de caída de presión del prototipo.
- La pendiente en la caída de presión en régimen laminar es menor que en el régimen turbulento.
- El banco de pruebas construido es apropiado para medir caídas de presión y visualizar características del flujo. Sin embargo, tiene una limitación para medir caídas de presión debidas a accesorios circulares (tales como el anillo exterior de las prótesis) para caudales mayores a 1,9 litros/min, correspondientes a Re = 1800.

Referencias

- 1. Lim, W.L.; Chew, Y.T.; Chew, T.C.; Low, H.T.; Steady flow dynamics of prosthetic aortic heart valves: a comparative evaluation with PIV techniques, Journal of Biomechanics 31 (1998) 411Đ 421
- 2. Vesely, I.; Boughner, D.R.; Leeson-Dietrich, J.; Bioprosthetic *Valve Tissue Viscoelasticity: Implications on accelerated Pulse Duplicator Testing*, Ann. Thorac. Surg. 60(1995)379-383.
- 3. Mackay, T.G.; Wheatley, D.J.; Bernacca, G.M.; Fisher, A.C.; Hindle, C.S.; New polyurethane heart valve prosthesis: design, manufacture and evaluation, Biomaterials 17 (1996) 1857-1863.

- 4. Hwa Liang, Leo; Dasi, Lakshmi P; Carberry, Josie; Simon, Helene A.; and Yoganathan, Ajit P.; Fluid Dynamic Assessment of Three polymeric Heart Valves Using Particle Image Velocimetry, Annals of Biomedical Engineering, Vol. 34, No. 6, (2006) 936–952.
- 5. Dasi, Lakshmi P.; Murphy, David W.; Glezer, Ari; Yoganathan, Ajit P.; *Passive flow control of bileaflet mechanical heart valve leakage flow*, Journal of Biomechanics 41 (2008) 1166–1173
- 6. Lim, W.L.; Chew, Y.T.; Low, H.T.; Foo, W.L.; Cavitation phenomena in mechanical heart valves: the role of squeeze flow velocity and contact area on cavitation initiation between two impinging rods, Journal of Biomechanics 36 (2003) 1269–1280
- Rosenberger, M.; Esquivel, C.; Guejman, S.; Amerio, O.; Schvezov, C. Modelizacion del flujo de sangre a través de una prótesis valvular cardíaca I: Modelo Matemático. Revista de Ciencia y Tecnología.Nº6,p.119-139.2004
- 8. De Nevers, Noel. *Mecánica de Fluidos para ingenieros químicos*. (2006). 3° edición. Editorial CECSA, México.
- 9. Potter, Merle C.; Wiggert David C. *Mecánica* de Fluidos. (2002). 3° edición. Editorial Thomson, México
- Batchelor, G. K.; An Introduction to Fluid Dynamics. (1973). Cambridge University Press. Gran Bretaña