

DESARROLLO NO PERTURBATIVO, CON N GRANDE, PARA EL MODELO DE HUBBARD GENERALIZADO

C.L. Abecasis^{1,2}

1. Fac. de Cs Exactas, Ing. y Agrimensura.UNR. Av. Pellegrini 250 Rosario. Argentina.

2. Facultad de Química. Ing. en Tecnología de los Alimentos. UCEL. Av. Pellegrini 1332. Rosario. Argentina.
abksis@fceia.unr.edu.ar

Abstract

Our previous results obtained in the framework of the Lagrangian formalism for the normal-state case, are now extended to the superconducting state. The nonperturbative large- N expansion applied to the generalized Hubbard model describing N -fold-degenerate correlated bands is considered. In this model the standard Feynman diagrammatics is obtained and the renormalized physical quantities are computed and analyzed. Our purpose is to obtain the $1/N$ corrections to the renormalized boson and fermion propagators when a state with Cooper-pair condensation is taken into account.

Resumen

Los resultados que hemos obtenido en el contexto del formalismo Lagrangiano para el estado normal, son extendidos al estado superconductor. Se considera el desarrollo no perturbativo, con N grande, aplicado al modelo de Hubbard generalizado para describir N bandas degeneradas correlacionadas. En este modelo se obtiene la diagramática estándar de Feynman computando y analizando las cantidades físicas renormalizadas. Nuestro propósito es obtener las correcciones de orden $1/N$ a los propagadores del bosón y fermión renormalizados cuando se tiene en cuenta un estado con condensación de pares de Cooper.

1. INTRODUCCIÓN

Muchos problemas sobre la superconductividad en sistemas fuertemente correlacionados fueron tratados en el contexto del modelo de Hubbard generalizado. Esto se hizo utilizando la representación del bosón esclavo desacoplado [1,2,12]. También había sido estudiado el modelo de Hubbard generalizado, describiendo bandas correlacionadas N -veces degeneradas en el límite U -infinito, por medio de un desarrollo con N -grande. Fueron evaluadas, utilizando la técnica del bosón-esclavo, propiedades líquido de Fermi. de sistemas fuertemente correlacionados. Más aún, se mostró que las correcciones de orden $1/N$ dan lugar a diferentes inestabilidades superconductoras dependiendo de la estructura de bandas y del factor de llenado.

Dado que la representación con el operador de Hubbard es bastante natural para tratar los efectos de correlación electrónica [3,4], hemos desarrollado un formalismo Lagrangiano en el cual las variables de campo son directamente los operadores de Hubbard X [5,6,7,8]. En este abordaje, los operadores de Hubbard representando las excitaciones físicas reales, son tratados como objetos indivisibles y son usados para cualquier esquema de desacoplamiento.

Utilizando la técnica de path-integral, fue escrita la funcional generatriz de correlación correspondiente al formalismo Lagrangiano en términos de un Lagrangiano efectivo apropiado.

En la Ref.[7] está desarrollada la cuantificación del modelo t - J para el estado normal en función de los operadores de Hubbard. En las secciones II y III de dicha referencia se analiza el formalismo no perturbativo para el

modelo de Hubbard generalizado por medio de un desarrollo con N grande en el límite U -infinito con nuestro formalismo Lagrangiano para el modelo t - J . El parámetro N representa el número de grados de libertad electrónico por sitio y $1/N$ puede ser considerado como un parámetro pequeño.

En este contexto, definiendo los propagadores y vértices apropiados, se da la diagramática de Feynman del modelo, pudiéndose así renormalizar las autoenergías bosónicas y fermiónicas. A partir de estas cantidades renormalizadas se pueden evaluar varias propiedades físicas y los resultados fueron confrontados con resultados obtenidos previamente.

El propagador del bosón libre, que es del orden $1/N$ es renormalizado por series de burbujas fermiónicas cuyas contribuciones son también del orden $1/N$.

En relación con estos problemas es necesario tener en cuenta resultados previos interesantes para el modelo de Hubbard describiendo bosones dipolares en redes ópticas [9,10].

Nuestro modelo con Lagrangiano generalizado fue chequeado con cálculos explícitos de funciones de correlación carga-carga y spin-spin [11]. El acuerdo con resultados previos es excelente y da una prueba fuerte sobre la corrección de nuestra aproximación Lagrangiana y de la expansión con N grande.

A partir de la ecuación de Dyson el propagador fermiónico renormalizado puede ser evaluado hasta el orden $1/N$ resolviendo las ecuaciones correspondientes en forma auto-consistente. El método auto-consistente de solución para las ecuaciones que incluyen el propagador fermiónico vestido, es el usual utilizado en el formalismo

Hamiltoniano para la representación con bosón-esclavo desacoplada [12,13,14].

Desde aquí en adelante se muestra como nuestro modelo es útil para describir el estado normal, por ejemplo el estado en el cual la amplitud $\langle c_{k\uparrow} c_{-k\downarrow} \rangle$ de los pares de Cooper es cero por la conservación del número.

La clave de la teoría frecuentemente usada de Bardeen-Cooper-Schrieffer (BCS) es la condensación de los pares de Cooper. El modelo más simple que permite la descripción del estado superconductor está dado por el formalismo Hamiltoniano BCS reducido. La ecuación integral BCS es introducida por medio del método de Gor'kov. A continuación el estado superconductor se incorpora en el formalismo utilizando la notación matricial de Nambu [15,16].

El propósito de este trabajo es hacer posible la descripción del estado superconductor en el marco de nuestro formalismo Lagrangiano cuando los pares de estados $\langle k\uparrow, -k\downarrow \rangle$ es ocupado coherentemente. Esto se hace introduciendo la notación de la matriz de Nambu en el nuevo desarrollo no perturbativo con N grande en el modelo de Hubbard generalizado propuesto en Ref. [7].

La idea es dar las fórmulas para las cantidades físicas renormalizadas, tales como las autoenergías y propagadores hasta el orden $1/N$ para el estado superconductor con condensación de pares de Cooper.

El trabajo se organiza como sigue. En la sección 2 se resumen los principales resultados de las secciones II y III de la Ref [7] y se introduce la notación de Nambu. A continuación, utilizando la notación matricial de Nambu se analiza la diagramática de Feynman hasta un loop. En la sección 3, utilizando la expresión resultante, son evaluadas las correcciones $1/N$ a la auto-energía fermiónica total para los estados normal y superconductor. Las conclusiones están dadas en la sección 4.

2 DEFINICIONES Y DIAGRAMÁTICA EN LA NOTACIÓN DE NAMBU.

En la representación del bosón-esclavo para el modelo de Hubbard generalizado, describiendo bandas correlacionadas N-veces-degenerada [12,13,14], se utiliza sistemáticamente la técnica de desarrollo no perturbativa con N grande. Asimismo, el desarrollo con N grande se utilizó en teorías funcionales escritas en términos de los operadores X [17,18], y se mostró que para el orden $1/N$ el método da resultados diferentes para la superconductividad.

En Ref.[7], utilizando nuestro modelo Lagrangiano escrito en el marco del formalismo de integral de camino se propuso un nuevo desarrollo no perturbativo con N grande. El modelo de Hubbard generalizado se describe por medio de la introducción de un conjunto de campos fermiónicos f_{ip} , de tal manera que su proporcionalidad con el operador X_i^{op} , fermión-like de Hubbard, se mantiene para todo orden en el desarrollo con N grande. Mirando la ecuación Lagrangiana (2.17) de Ref.[7], vemos que es suficiente retener términos hasta el

orden δR_i^2 para tener en cuenta todos los términos de orden $1/N$. Por lo tanto, el Lagrangiano se escribe:

$$L_{eff}^E = -\frac{1}{2} \sum_{i,p}^N (\hat{f}_{ip} f_{ip}^+ + \hat{f}_{ip}^+ f_{ip}) (1 - \delta R_i + \delta R_i^2) + r_0 \sum_{i,j,p}^N t_{ij} f_{ip}^+ f_{jp} - (\mu' - \lambda_0) \sum_{i,p} f_{ip}^+ f_{ip} (1 - \delta R_i + \delta R_i^2) + N r_0 \sum_i \delta \lambda_i \delta R_i + \sum_{i,p} f_{ip}^+ f_{ip} (1 - \delta R_i + \delta R_i^2) \delta \lambda_i + \frac{1}{2N} \sum_{i,j,p,p'} J_{ij} [1 - (\delta R_i + \delta R_j)] [f_{ip}^+ f_{ip} f_{jp}^+ f_{jp} + f_{ip}^+ f_{ip} f_{jp} f_{jp}^+] \quad (2.1)$$

Como se desarrolló en la Ref. [7], nuestro formalismo Lagrangiano para el modelo t-J es un sistema vinculado de segunda clase. Las cantidades físicas, como propagadores y vértices fueron renormalizados por medio de la introducción de campos fantasmas adecuados. Por lo tanto, en el presente trabajo suponemos que todas las cantidades físicas que debemos manejar fueron previamente renormalizadas.

Ahora, la construcción de las diagramáticas se realiza partiendo del Lagrangiano (2.1) en el límite U infinito ($J_{ij} = 0$).

Cuando se considera el estado superconductor, el propagador del fermión renormalizado $\hat{\mathbf{G}}_{(D)}$ es una matriz 2×2 que esquemáticamente se escribe:

$$\hat{\mathbf{G}}_{(D)} = \begin{pmatrix} \Rightarrow \Rightarrow & \Leftarrow \Rightarrow \\ \Rightarrow \Leftarrow & \Leftarrow \Leftarrow \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

donde los elementos diagonales con las dos flechas apuntando en el mismo sentido son los propagadores fermiónicos normales, mientras que los elementos no-diagonales con las dos flechas apuntando en sentidos opuestos son los propagadores fermiónicos anómalos.

Para describir el sector fermiónico cuando el propagador fermiónico completo es de la forma (2.2), la forma más sencilla es introducir la notación matricial de Nambu Ref. [15]. En esta notación el operador de campo fermiónico de dos componentes $\Psi_{im}(x, \tau)$ viene dado por:

$$\Psi_{im}(x, \tau) = \begin{pmatrix} f_{im\uparrow}(x, \tau) \\ f_{im\downarrow}^+(x, \tau) \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

El Lagrangiano (2.1) en términos del operador campo $\Psi_{im}(x, \tau)$ se escribe:

$$L_{eff}^E = -\frac{1}{2} \sum_i \sum_{m=1}^{N/2} (\hat{\Psi}_{im}^\dagger \hat{\mathbf{I}} \Psi_{im} - \Psi_{im}^\dagger \hat{\mathbf{I}} \hat{\Psi}_{im}) (1 - \delta R_i + \delta R_i^2) + \sum_{i,j} \sum_{m=1}^{N/2} (r_0 t_{ij} - \mu \delta_{ij}) \Psi_{im}^\dagger \hat{\tau}_3 \Psi_{jm} (1 - \delta R_i + \delta R_i^2) + N r_0 \sum_i \delta \lambda_i \delta R_i + \sum_i \sum_{m=1}^{N/2} \Psi_{im}^\dagger \hat{\tau}_3 \Psi_{im} (1 - \delta R_i + \delta R_i^2) \delta \lambda_i \quad (2.4)$$

donde hemos llamado $\mu = \mu' - \lambda$

De la ecuación (2.4) podemos ver que el sector bosónico descrito por el campo de dos componentes $(\delta R_i, \delta \lambda_i)$ se mantiene sin cambios, y el sector fermiónico fue escrito utilizando las matrices de Pauli 2×2 y $\hat{\tau}_3$.

Entonces, para describir cantidades no diagonales que aparecen en el propagador fermiónico cuando se considera el estado superconductor, se introducen las cuatro matrices de Pauli:

$$\hat{\mathbf{I}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

$$\hat{\tau}_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

$$\hat{\tau}_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

$$\hat{\tau}_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

El operador de campo fermiónico de dos componentes (2.3) en el espacio de momento se lee:

$$\Psi_{km} = \begin{pmatrix} f_{km\uparrow} \\ f_{-km\downarrow}^+ \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

y

$$\Psi_{km}^\dagger = \begin{pmatrix} f_{km\uparrow}^+ & f_{-km\downarrow} \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

Ahora, utilizando esta notación, estudiamos las diagramáticas de los estados normal y superconductor con el propósito de encontrar la ecuación para la auto energía total del fermión y entonces escribir el propagador del fermión renormalizado desarrollado hasta un N grande.

Las reglas de Feynman y las diagramáticas pueden obtenerse como es usual, y para calcular las correcciones $1/N$ a los propagadores examinamos la estructura del modelo a un loop.

Asumimos que las ecuaciones son escritas en el espacio de los momentos, entonces una vez realizada la transformación de Fourier, las partes bilineales del Lagrangiano (2.4) da lugar a los propagadores del campo y las partes restantes están representadas por vértices.

Además, como se comentó anteriormente el sector bosónico se mantiene sin cambios. El propagador bosónico libre asociado con el campo bosónico de dos componentes $\delta X^a = (\delta R, \delta \lambda)$, es de orden $1/N$ y se escribe:

$$D_{(0)ab}(q, \omega_n) = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{Nr_0} \\ \frac{1}{Nr_0} & 0 \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

donde las cantidades q y ω_n son, respectivamente, el momento y la frecuencia de Matsubara del campo bosónico.

El propagador libre (2.11) es vestido utilizando la ecuación de Dyson $(D_{ab})^{-1} = (D_{(0)ab})^{-1} - \Pi_{ab}^{(Ren)}$. La auto energía del bosón y las componentes vestidas $D_{RR}(q, \omega_n)$, $D_{iR}(q, \omega_n)$ y $D_{i\lambda}(q, \omega_n)$ del propagador bosónico matricial fueron encontradas en la Ref. [7], dadas por las ecuaciones (4.4) y (4.5), respectivamente.

Hemos encontrado que el propagador del bosón renormalizado es el adecuado para evaluar, por ejemplo, la corrección $1/N$ de la auto energía del fermión.

Por último, remarcamos que cuando sólo se considera el estado normal, nuestra diagramática fue verificada calculando numéricamente las funciones de correlación carga-carga y spin-spin en la red cuadrada con hopping- t entre vecinos más cercanos [11]. Los resultados están de acuerdo con los previos provenientes del modelo del bosón-esclavo, así como del abordaje canónico con los operadores funcionales X [19, 20].

Ahora analizamos brevemente el sector fermiónico del Lagrangiano (2.4) para el estado normal.

La parte fermiónica bilineal del Lagrangiano (2.4) en el espacio de los momentos se lee:

$$L^F(\Psi_{km}^\dagger, \Psi_{km}) = - \sum_k \sum_{m=1}^{N/2} \Psi_{km}^\dagger (\hat{G}_{(0)})^{-1} \Psi_{km} \quad (2.12)$$

donde la matriz 2×2 $(\hat{G}_{(0)})^{-1}$ está dada por:

$$(\hat{G}_{(0)})^{-1} = -[iv_n \hat{\mathbf{I}} - (\varepsilon_k - \mu) \hat{\tau}_3] = -[iv_n \hat{\mathbf{I}} - \Delta_k \hat{\tau}_3] \quad (2.13)$$

y cuyo determinante se escribe:

$$\det(\hat{G}_{(0)})^{-1} = -[(iv_n)^2 - (\Delta_k)^2] = v_n^2 + \Delta_k^2 \quad (2.14)$$

donde I es el vector de red y se definió $\varepsilon_k = r_0 t \sum_l \exp(-il.k)$. Las cantidades k y v_n son, respectivamente, el momento y la frecuencia de Matsubara del campo fermiónico.

Por lo tanto, el propagador del fermión libre $(\hat{G}_{(0)})$ es:

$$\hat{G}_{(0)}(k, iv_n) = - \begin{pmatrix} \frac{1}{iv_n - \Delta_k} & 0 \\ 0 & \frac{1}{iv_n + \Delta_k} \end{pmatrix} \quad (2.15)$$

donde llamamos $\Delta_k = (\varepsilon_k - \mu)$, que tiene la propiedad $\Delta_k = \Delta_{-k}$. A partir de esta propiedad se puede ver que:

$$G_{(0)22}(k, iv_n) = G_{(0)11}(-k, -iv_n) \quad (2.16)$$

Para una banda de electrones no interactuante, los elementos no diagonales en (2.2) se anulan, y el elemento $G_{(0)11}$ tiene la forma escalar habitual $-(iv_n - \Delta_k)^{-1}$ (ver Ref. [7]).

La ecuación matricial (2.15) en término de las matrices de Pauli puede ser escrita:

$$\begin{aligned} \hat{G}_{(0)}(k, iv_n) &= - (iv_n \hat{\mathbf{I}} - \Delta_k \hat{\tau}_3)^{-1} = - \frac{(iv_n \hat{\mathbf{I}} + \Delta_k \hat{\tau}_3)}{(iv_n)^2 - (\Delta_k)^2} = \\ &= \frac{1}{\det(\hat{G}_{(0)})^{-1}} (iv_n \hat{\mathbf{I}} + \Delta_k \hat{\tau}_3) \end{aligned} \quad (2.17)$$

De la ecuación (2.4) puede verse que los vértices de tres patas (un bosón-dos fermiones) y los de cuatro patas (dos bosones-dos fermiones), son respectivamente originados por las siguientes partes del Lagrangiano:

$$L^{B,2F}(\delta X^a, \Psi_{im}^\dagger, \Psi_{im}) = \frac{1}{2} \sum_i \sum_{m=1}^{N/2} (\dot{\Psi}_{im}^\dagger \hat{\mathbf{I}} \dot{\Psi}_{im} - \Psi_{im}^\dagger \hat{\mathbf{I}} \dot{\Psi}_{im}) \delta R_i + \mu \sum_{i,j} \sum_{m=1}^{N/2} \Psi_{im}^\dagger \hat{\tau}_3 \Psi_{jm} \delta R_i + \sum_i \sum_{m=1}^{N/2} \Psi_{im}^\dagger \hat{\tau}_3 \Psi_{jm} \delta \lambda_i \quad (2.18)$$

$$L_{eff}^{2B,2F}(\delta X^a, \delta X^b, \Psi_{im}^\dagger, \Psi_{im}) = -\frac{1}{2} \sum_i \sum_{m=1}^{N/2} (\dot{\Psi}_{im}^\dagger \hat{\mathbf{I}} \dot{\Psi}_{im} - \Psi_{im}^\dagger \hat{\mathbf{I}} \dot{\Psi}_{im}) \delta R_i^2 - \mu \sum_i \sum_{m=1}^{N/2} \Psi_{im}^\dagger \hat{\tau}_3 \Psi_{im} \delta R_i^2 - \sum_i \sum_{m=1}^{N/2} \Psi_{im}^\dagger \hat{\tau}_3 \Psi_{im} \delta R_i \delta \lambda_i \quad (2.19)$$

Por lo tanto, los vértices se pueden escribir:

$$\Lambda_a^{mm'} = (-1) \left[\frac{i}{2} (\nu_n + \nu'_n) \hat{\mathbf{I}} + \mu \hat{\tau}_3, \hat{\tau}_3 \right] \delta^{mm'} \quad (2.20)$$

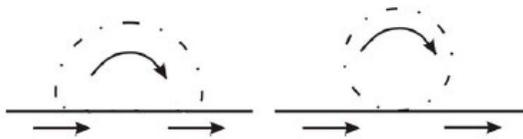
$$\Lambda_{ab}^{mm'} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} i(\nu_n + \nu'_n) \hat{\mathbf{I}} + \mu \hat{\tau}_3 & \hat{\tau}_3 \\ \hat{\tau}_3 & 0 \end{pmatrix} \delta^{mm'} \quad (2.21)$$

De las diagramáticas de Feynman anteriores se pueden escribir las expresiones para las correcciones $1/N$ a la auto-energía del fermión para los estados normal y superconductor.

3 CORRECCIÓN $1/N$ A LA AUTO-ENERGÍA DEL FERMIÓN PARA LOS ESTADOS NORMAL Y SUPERCONDUCTOR

Como fué comentado en la introducción, el modelo más simple adecuado para describir el estado superconductor está dado por el formalismo Hamiltoniano reducido BCS. En el estado normal tal formalismo se reduce a la teoría de Migdal cuya esencia es usar sólo el diagrama de Feynman de más bajo orden proporcionado por el Hamiltoniano reducido [21].

En nuestro modelo la auto-energía total Σ del fermión libre para el estado normal está dada por la suma de las contribuciones correspondientes a los dos diagramas siguientes de un loop:



$$\hat{\Sigma} = \hat{\Sigma}^{(1)} + \hat{\Sigma}^{(2)} \quad (3.1)$$

En la notación matricial de Nambu las matrices $\hat{\Sigma}^{(1)}$ y $\hat{\Sigma}^{(2)}$ se escriben:

$$\hat{\Sigma}^{(1)}(k, i\nu_n) = \frac{1}{N_s} \sum_{m,m',q,\omega_n} \Lambda_a^{mm'} D_{(V)}^{ab}(q, \omega_n) \Lambda_b^{m'm} \hat{\mathbf{G}}_{(0)}(\nu_n + \omega_n, k+q) = \frac{1}{N_s} \sum_{q,\omega_n} \left[\left[-\frac{1}{4} (2\nu_n + \omega_n)^2 + \mu^2 \right] \hat{\mathbf{I}} + i(2\nu_n + \omega_n) \mu \hat{\tau}_3 \right] D_{(V)}^{RR}(q, \omega_n) + 2 \left[\frac{i}{2} (2\nu_n + \omega_n) \hat{\tau}_3 + \mu \hat{\mathbf{I}} \right] D_{(V)}^{R\lambda}(q, \omega_n) + \hat{\mathbf{I}} D_{(V)}^{\lambda\lambda}(q, \omega_n) \} \hat{\mathbf{G}}_{(0)}(\nu_n + \omega_n, k+q) \quad (2.19)$$

$$\hat{\Sigma}^{(2)}(k, i\nu_n) = \sum_{m,m',q,\omega_n} \Lambda_{ab}^{mm'} D_{(V)}^{ab}(q, \omega_n) = \sum_{q,\omega_n} \frac{1}{2} [i(2\nu_n + \omega_n) \hat{\mathbf{I}} + \mu \hat{\tau}_3] D_{(V)}^{RR}(q, \omega_n) + \hat{\tau}_3 \sum_{q,\omega_n} D_{(V)}^{R\lambda}(q, \omega_n) \quad (3.2)$$

A partir de las ecuaciones anteriores puede ser calculada la corrección $1/N$ a la auto-energía del fermión (ver, por ejemplo, Ref. [13]). Alternativamente las matrices $\hat{\Sigma}^{(1)}$ y $\hat{\Sigma}^{(2)}$ pueden escribirse:

$$\hat{\Sigma}^{(1)}(k, i\nu_n) = \begin{pmatrix} A_1 + B_1 & 0 \\ 0 & A_1 - B_1 \end{pmatrix} \hat{\mathbf{G}}_{(0)}(\nu_n + \omega_n, k+q) \quad (3.4)$$

$$\hat{\Sigma}^{(2)}(k, i\nu_n) = \begin{pmatrix} A_2 + B_2 & 0 \\ 0 & A_2 - B_2 \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

dónde

$$A_1 = \sum_{q,\omega_n} \left[\left[-\frac{1}{4} (2\nu_n + \omega_n)^2 + \mu^2 \right] D_{(V)}^{RR}(q, \omega_n) + D_{(V)}^{R\lambda}(q, \omega_n) + D_{(V)}^{\lambda\lambda}(q, \omega_n) \right] \quad (3.6)$$

$$B_1 = \mu \sum_{q,\omega_n} i(2\nu_n + \omega_n) [D_{(V)}^{RR}(q, \omega_n) + D_{(V)}^{R\lambda}(q, \omega_n)] \quad (3.7)$$

$$A_2 = \sum_{q, \omega_n} \frac{i}{2} (2\nu_n + \omega_n) D_{(V)}^{RR}(q, \omega_n) \quad (3.8)$$

$$B_2 = \sum_{q, \omega_n} \left[\frac{1}{2} \mu D_{(V)}^{RR}(q, \omega_n) + D_{(V)}^{R\lambda}(q, \omega_n) \right] \quad (3.9)$$

Entonces, para el estado normal la auto-energía total del fermión es una matriz diagonal que, en términos de las matrices de Pauli puede escribirse explícitamente de la siguiente manera:

$$\hat{\Sigma}(k, i\nu_n) = -i\nu_n [1 - Z(k, i\nu_n)] \hat{\mathbf{I}} + \chi(k, i\nu_n) \hat{\tau}_3 \quad (3.10)$$

El propagador fermiónico vestido es definido por medio de la ecuación de Dyson:

$$\left(\hat{\mathbf{G}}_{(D)} \right)^{-1}(k, i\nu_n) = \left(\hat{\mathbf{G}}_{(0)} \right)^{-1}(k, i\nu_n) - \hat{\Sigma}(k, i\nu_n)$$

Las ecuaciones son adecuadas para describir las N para el estado normal en el modelo de Hubbard generalizado que describe bandas correlacionadas N -veces degeneradas en el límite U infinito. Fueron obtenidas por correcciones principales 1 medio de un nuevo desarrollo no perturbativo con N grande en el marco de nuestro modelo Lagrangiano.

Ahora, debe ser incorporado el estado superconductor. Mirando la expresión de la auto-energía fermiónica (3.10) asumimos que la forma más general para escribir la auto-energía total en términos de las matrices de Pauli es:

$$\begin{aligned} \hat{\Sigma}(k, i\nu_n) = & -i\nu_n [1 - Z(k, i\nu_n)] \hat{\mathbf{I}} + \chi(k, i\nu_n) \hat{\tau}_3 + \\ & + \phi(k, i\nu_n) \hat{\tau}_1 + \bar{\phi}(k, i\nu_n) \hat{\tau}_2 \end{aligned} \quad (3.11)$$

donde Z , χ , ϕ y $\bar{\phi}$ son cuatro funciones independientes arbitrarias.

Cuando se tiene en cuenta el estado superconductor el propagador fermiónico vestido "anómalo" también está determinado por la consecuente ecuación de Dyson:

$$\begin{aligned} \left(\hat{\mathbf{G}}_{(D)} \right)^{-1}(k, i\nu_n) = & -i\nu_n Z \hat{\mathbf{I}} - (\chi - \Delta_k) \hat{\tau}_3 - \\ & - \phi(k, i\nu_n) \hat{\tau}_1 - \bar{\phi}(k, i\nu_n) \hat{\tau}_2 \end{aligned} \quad (3.12)$$

Esta matriz puede ser invertida, y resulta

$$\left(\hat{\mathbf{G}}_{(D)} \right)(k, i\nu_n) = \frac{1}{\det \left(\hat{\mathbf{G}}_{(D)} \right)^{-1}} \left[-i\nu_n Z \hat{\mathbf{I}} + \right. \quad (3.13)$$

$$\left. + (\chi - \Delta_k) \hat{\tau}_3 + \phi(k, i\nu_n) \hat{\tau}_1 + \bar{\phi}(k, i\nu_n) \hat{\tau}_2 \right]$$

dónde

$$\begin{aligned} \det \left(\hat{\mathbf{G}}_{(D)} \right)^{-1}(k, i\nu_n) = & (i\nu_n Z)^2 - (\chi - \Delta_k)^2 - \\ & - \phi^2 - \bar{\phi}^2 \end{aligned} \quad (3.14)$$

Es claro que la serie de perturbación de Dyson para la matriz $\hat{\mathbf{G}}_{(D)}$ resulta ser idéntica a la $G_{(D)}$. La única diferencia es que $\hat{\mathbf{G}}_{(D)}$ es una matriz y los factores de las matrices de Pauli se adjuntan en los elementos de la matriz de interacción.

Dado que en el estado normal el propagador fermiónico $\hat{\mathbf{G}}_{(D)}$ es diagonal, es claro que las funciones arbitrarias ϕ y $\bar{\phi}$ deben desaparecer. La funciones arbitrarias Z y χ están determinadas unívocamente por el estado normal, y para verificar la propiedad (2.16) ambas cantidades deben ser funciones pares de $i\nu_n$. La solución "normal" $\phi = \bar{\phi} = 0$ siempre existe. Entonces las funciones Z y χ en el estado normal siguen siendo definidas por las siguientes ecuaciones:

$$i\nu_n [1 - Z(k, i\nu_n)] = \frac{1}{2} [\Sigma(k, i\nu_n) - \Sigma(k, -i\nu_n)] \quad (3.15)$$

$$\chi(k, i\nu_n) = \frac{1}{2} [\Sigma(k, i\nu_n) + \Sigma(k, -i\nu_n)] \quad (3.16)$$

donde fue asumido que todo es una función par en el momento k .

Además, se supone que la propiedad (2.16) es mantenida en el estado superconductor, por lo que es necesario que $\phi^2 + \bar{\phi}^2$ debe también ser una función par en $i\nu_n$. Además, es posible ver y que ϕ y $\bar{\phi}$ satisfacen idénticas ecuaciones no lineales. En consecuencia, excepto un factor de proporcionalidad (factor de fase) ambas funciones deben ser iguales. Cuando existe una solución $(\phi, \bar{\phi})$, con una o ambas funciones diferentes de cero, es posible mostrar que describe el estado con condensación de pares de Cooper (el estado superconductor) [22]. La solución más simple es tomar $\phi = 0$ y $\bar{\phi} = 0$ correspondiendo fijar el factor de fase. Esto se debe porque los observables físicos no dependen de esta fase. Esta elección es equivalente a escribir la auto-energía en términos de las matrices de Pauli reales.

Por último, como ocurre en el caso del estado normal, la ecuación para la auto-energía total fermiónica libre debe ser resuelta autoconsistentemente usando la ecuación (3.13). Como es usual el cálculo explícito se lleva a cabo introduciendo la representación espectral del propagador bosónico.

4 CONCLUSIONES

Como se comentó anteriormente en la actualidad la teoría BCS es el modelo con notable capacidad para describir el estado superconductor. La principal característica de la teoría BCS es la condensación de pares de Cooper, en este enfoque, el par de estados $(k \uparrow, -k)$ está ocupado coherentemente. La amplitud del par de Cooper $\langle c_{k \uparrow} c_{k \downarrow} \rangle$ que es cero en el estado normal, debido a la conservación del número, se hace finita debajo de T_c . El modelo más simple que permite tal comportamiento es el modelo BCS con Hamiltoniano reducido.

Previamente, se estudió una familia de Lagrangianos que puede ser mapeada en la representación del boson-esclavo [7]. En el caso del estado normal, se dió el formalismo no perturbativo para el modelo de Hubbard generalizado utilizando un nuevo desarrollo con gran N en el límite U -infinito. Se construyó la diagramática estándar de Feynman con el fin de calcular la corrección $1/N$ del propagador bosónico. Se examinó en detalle la estructura del modelo a un loop. El propagador del bosón renormalizado encontrado es el adecuado que nos permite evaluar la corrección $1/N$ a la auto-energía del fermión. En el caso del estado normal, se chequeó la diagramática computando numéricamente las funciones de correlación carga-carga y spin-spin en la red cuadrada para salto (hopping) t entre vecinos más cercanos [11]. Los resultados obtenidos en la Ref. [11] están en acuerdo con otros previos provenientes del modelo del bosón esclavo así como del acercamiento canónico con operadores funcionales X .

En este trabajo, utilizando la notación matricial de Nambu hemos reescrito el Lagrangiano para el modelo t - J y fueron construidas las diagramáticas de Feynman pero ahora teniendo en cuenta el estado superconductor. En esta situación volvieron a evaluarse, los propagadores y los vértices. Fueron calculadas las cantidades físicas renormalizadas hasta el orden $1/N$, y se encontró la ecuación para la auto-energía total del fermión que debe resolverse autoconsistentemente. Por lo tanto, hemos dado el marco teórico adecuado para describir el estado superconductor en el formalismo Lagrangiano para el modelo de Hubbard generalizado.

En un trabajo futuro nuestras ecuaciones serán chequeadas computando las cantidades físicas relevantes. También será estudiado el caso más general con $J_{ij} \neq 0$, que incorpore los vértices de cuatro patas fermiónicas.

REFERENCIAS

- [1] G. Kotliar y J. Liu, Phys.. Review **B 38** (1988) 5142.
- [2] A. Tandon, Z. Wang y G. Kotliar, Physical Review Letters **83** (1999) 2046.
- [3] A. Izyumov, Física - Uspekhi **40** (1997) 445.
- [4] P. Coleman, J. y C. Hopkinson Pepin, Phys.. Review **B 63** (2001) 140411.
- [5] A. Foussats, A. Greco y OS Zandron, Anales de Física (NY) **275** (1999), 238.
- [6] A. Foussats, A. Greco, C. Repetto, OP Zandron y OS Zandron, Diario de Física **A33** (2000) 5849.
- [7] A. Foussats, C. Repetto, OP Zandron y OS Zandron, Internacional Diario de Física Teórica **41** (2002) 1053, y bibliografía cuoted en el mismo.
- [8] C. Abecasis y O. Zandron ", Feynman diagramáticas y normas en el Lagrangiano teoría sobre la base de la SPL (2,1) clasifica el álgebra ". Internacional Diario de la física moderna **B21** (2007) 1861.
- [9] JJ Liang, JQ y WM Liu Liang, Phys. Rev. **A68** (2003) 043605.
- [10] ZW Xie y WM Liu, Phys.. Rev. **A70** (2004)045602.
- [11] A. Greco y A. Foussats, Phys.. Rev. **B65**(2002)1951.
- [12] M.Grilli y G.Kotliar, G,Phys.Rev.Lett**64**(1990)1170.
- [13] Kotliar G. y J. Liu, Physical Review: Materia Condensada **B38** (1988) 5142.
- [14] A. Tandon, Z. Wang y G. Kotliar, Phys.. Rev. Lett **83** (1999) 2046.
- [15] Y. Nambu, Phys.. Rev. **117** (1960) 648.
- [16] B. Allen y PB Mitrovic, "Teoría de los erconductores T_c ", Del Estado Sólido Física Vol. 37, pgs.1-92, Academic Press. Inc. (1982).
- [17] R. y M. Zeyher Kulic, Phys. Rev. **B 53** (1996) 2850.
- [18] R. y A. Zeyher Greco, Eur. Phys.. JB 6 (1998) 473.
- [19] L. Gehlhoff y R. Zeyher, Physical Review **B52** (1965) 4635.
- [20] Z. Wang, International Journal of Modern Physics **B6** (1992) 155.
- [21] J. Bardeen, LN Cooper snd JR Schrieffer, Phys.. Rev. **108** 1175 (1957).
- [22] J.Bardeen y M.Esteban, Phys.Rev.**A136** 1485(1964)